ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 17 MAI 1920.

PRÉSIDENCE DE M. HENRI DESLANDRES.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** annonce à l'Aacadémie qu'en raison des fêtes de la Pentecôte, la prochaine séance hebdomadaire aura lieu le mardi 25 mai.

ASTRONOMIE. — LECHEVALIER *à l'Observatoire de Sainte-Geneviève. Coordonnées de cet observatoire.* Note [1] de M. **G. Bigourdan.**

Après la mort de Pingré ses instruments furent dispersés, au moins en grande partie, et son observatoire resta inoccupé pendant une dizaine d'années.

L'abbaye avait été supprimée en 1790; la bibliothèque [2], qui prit alors le nom de « bibliothèque du Panthéon », continua d'occuper l'étage supérieur à peu près tout entier, tandis que les parties inférieures abritèrent d'abord (1795) l'*école centrale du Panthéon*, puis un *lycée* (1802) qui, à deux reprises, a porté le nom de lycée Napoléon et qui est aujourd'hui le lycée Henri IV. Cette indivision excitait bien des réclamations, et déjà il fut question en 1812 de transporter au Luxembourg cette magnifique bibliothèque [3] dont les abords étaient alors très encombrés; mais cela n'eut lieu qu'en 1842; peu après fut terminé le monument qui abrite aujourd'hui la même bibliothèque.

---

(1) Séance du 10 mai 1920.

(2) Voir A. de Bougy, *Histoire de la bibliothèque Sainte-Geneviève*.... Paris 1847; in-8° de 427 pages.

(3) En 1812 Lechevalier écrivait au ministre que cette bibliothèque était le monument « le plus beau de l'Empire dans son genre après celui du Vatican ». Les vues que l'on en possède justifient cette appréciation. Voir, par exemple, Du Molinet, *Le*

A la recommandation de Talleyrand, Lechevalier fut nommé (1) conservateur de la bibliothèque du Panthéon le 1er novembre 1805, à la place vacante par la mort de Viallon.

Quelques détails sur cet astronome-voyageur nous seront utiles :

Jean-Baptiste LECHEVALIER ou LE CHEVALIER (Trelly, près de Coutances, 1752 juillet 1 — † Paris, 1836 juillet 2) professa d'abord la philosophie et les mathématiques dans divers collèges de Paris (Plessis, Harcourt, Navarre) de 1772 à 1778, puis accepta un préceptorat et fut remarqué par l'abbé de Talleyrand-Périgord. Sur la recommandation de celui-ci, longtemps son protecteur, Lechevalier fut invité par l'ambassadeur de France à Constantinople, le comte de CHOISEUL-GOUFFIER, à l'accompagner en Orient, avec d'autres savants, parmi lesquels était l'astronome TONDU le jeune.

Dans ce voyage, le premier d'une assez longue suite, Lechevalier visita le site de l'antique Troie, qui dès lors fut le sujet de ses principaux travaux. Il fit à cette occasion le plan de Constantinople qui, dit-il (*Lettres* (2), I, f° 81_2), lui coûta « huit mois de travail du matin au soir à travers la peste, la boue, les peines et les coups de pistolet ».

Après trois années d'absence (1785-1788) il rentre à Paris, puis accepte encore un préceptorat et visite ainsi tout le nord de l'Europe : Écosse, Allemagne (particulièrement Weimar, Hambourg, etc.), Suède, Russie. Six ans après, au 9 thermidor, il rentre à Paris où l'abbé de Périgord est devenu Talleyrand, ministre des Relations extérieures.

Lechevalier projetait depuis longtemps un voyage en Espagne. En 1796 (3), il fut

---

Cabinet de la Bibliothèque de Sainte-Geneviève. Paris, 1692, in-f°, et MILLIN, *Antiquités nationales*, t. V.

(1) Voir aux *Arch. nat.*, F17c 73 les pièces relatives à cette nomination.

Le rapport du Ministre de l'Intérieur à l'Empereur porte : « A une grande érudition Mr Lechevalier joint des connaissances dans les Sciences positives et surtout en Astronomie. Il a accompagné, en qualité d'adjoint, dans ses derniers voyages pour la mesure de la méridienne, le malheureux et célèbre Méchain; il l'a aidé dans ses utiles travaux jusqu'à sa mort. »

On y trouve aussi une lettre de Lechevalier, du 4 décembre 1805, adressée évidemment au Ministre de l'intérieur, de Champagny, où il dit : J'ai été mis « en possession de ma place et de mon appartement. Pour rétablir suivant vos intentions l'observatoire du P. Pingré, j'aurai besoin de consulter mes maîtres et de vous soumettre leur avis; ils m'ont déjà fait une proposition que j'adopterai avec d'autant plus d'empressement qu'elle me fournit le moyen de rendre encore un hommage à la mémoire de Monsr Méchain; il s'agiroit d'acquérir deux beaux instruments (un quart de cercle et un Télescope) restés dans les mains de sa respectable veuve. Lorsqu'il en sera temps, j'aurai l'honneur de mettre ce projet sous les yeux de votre Excellence... ».

(2) Lettres écrites par Lechevalier à Nell de Bréauté, de 1820 à 1834, en 2 volumes qui se trouvent à la *Bibliothèque nationale*, manuscrits (f. fr. nouvelles acquisitions, nos 4795-4796) et que nous citons sous les abréviations *Lettres* I, *Lettres* II, ou seu-

envoyé à Madrid pour apporter un exemplaire « de nouveaux poids et de nouvelles mesures », pour en faire connaître tous les avantages et pour recueillir les réponses à différentes questions de l'Institut national.

Revenu au commencement de 1798, il est attaché à Talleyrand comme « secrétaire particulier » et habite ainsi au ministère « rue du Bacq, à côté de la rue de Grenelle ».

En Astronomie il fut l'élève de Méchain, dont il parle toujours avec vénération, et il l'accompagne en Espagne en 1804. Après lui avoir aidé quelque temps, il visite seul une partie de la péninsule et rentre à Paris où il devient un des conservateurs de la bibliothèque du Panthéon.

Pour plus de détails, voir : *Notice sur la vie et les ouvrages de feu M. J.-B. Le Chevalier*... par M. l'abbé Noël, son neveu; s. l., 1840, in-8°, 24 pages; — Ch. Joret, *Un Helléniste-Voyageur Normand;* J.-B. Le Chevalier, Membre du « Lycée » de Caen d'après sa correspondance avec *Böttiguer* (Caen, Paris, 1903, in-8° 73 pages); — B. Guérard ([2]), dans la *Biogr. gén.* de Michaud, 2e édition, 1843.

La bibliothèque de Sainte-Geneviève possède un *buste* en marbre de Lechevalier.

Registres d'observation. — Les observations faites du temps de Pingré forment les deux manuscrits 1811 et 1812 de Sainte-Geneviève, couvrant respectivement les intervalles : 1756 janvier 1 — 1759 mai 30 et 1759 juin 1 — 1796 avril 25. Il est donc possible qu'il manque un ou même deux registres avant le n° 1811, mais rien ne l'indique dans les ms. ci-dessus. A partir du 9 juillet 1760 il y a des lacunes qu'expliquent les voyages de Pingré; et dans la suite, il est seul à écrire sur ces registres, tandis qu'avant il y a plusieurs écritures entremêlées, trois ou quatre.

---

lement I, II, suivies du folio.

([3]) D'après Lalande (*Bibliogr.*, p. 877, année 1802), Lechevalier avai « disposé, dans l'hôtel des relations extérieures, un petit observatoire »; cela dut avoir lieu en 1796 ou un peu avant, car Lechevalier dit (*Lettres* II, 63) qu'il y a observé pendant 12 ans.

C'est évidemment à cette installation que se rapporte une lettre du 24 octobre 1800 où Delambre indique à Lechevalier la manière de placer un quart de cercle dans le méridien : il en résulte qu'alors Lechevalier dispose d'une lunette méridienne, placée à côté du quart de cercle, et qu'il a une mire à 500^T environ.

A cette époque, et jusqu'à 1822, le Ministère des Affaires étrangères était installé sur le côté Ouest de la rue du Bac, entre la rue de Grenelle et la rue de Varenne, dans l'ancien hôtel de Gallifet, aujourd'hui ambassade d'Italie. Voir Thiéry, *Guide des Amateurs et des Étrangers à Paris*, 1787, II, p. 551. Voici donc les coordonnées approchées de ce modeste observatoire, qui n'a pas laissé de travail connu :

$$\Delta\mathfrak{L} = 965^m \text{ ou } 47'',34 = 0^m 3^s,16\ \mathrm{O}; \quad \Delta\varphi = +2025^m \text{ ou } 1'5'',6\ \mathrm{N}; \quad \varphi = +48°51'16'',6.$$

([2]) Guérard, qui fut l'intime de Lechevalier, dit que celui-ci « avait fait réédifier à ses frais l'observatoire du P. Pingré, l'avait pourvu de bons instrumens... ».

Quant aux observations de Lechevalier, nous n'en possédons aucun registre, mais ils ont existé; car il écrit le 29 décembre 1823 (*Lettres* II, 12_2) qu'ils sont « à côté de ceux de mon bon ami Méchain ». Une partie de ses papiers avait d'ailleurs été brûlée pendant les Cent Jours, « d'exécrable mémoire » (*Lettres* I, 8).

L'Observatoire. — Nous n'en connaissons aucune description; mais Delambre (VI, 664) dit qu'il était dans le haut de l'abbaye; et c'est ce que confirme incidemment Lechevalier, car pour y arriver, il doit monter 100 ou 120 marches (*Lettres* II, 12, 13) au-dessus de son appartement.

Les manuscrits 1811, 1812 y indiquent, pour les premiers temps de Pingré, au moins quatre fenêtres, tournées vers les quatre principaux points cardinaux; et la correspondance de Lechevalier, où il est ordinairement appelé le *pigeonnier* ([1]), y indique une grande « transparence » (*Lettres* I, 261_2).

Coordonnées. — Pingré ne donne que des renseignements très vagues sur la position de son observatoire ([2]), non mentionné d'ailleurs dans les listes T_1, T_2, T_ν. D'après T_3,

$$\Delta\mathcal{L} = 2^s{,}8\,(856^m)\,E \qquad \text{et} \qquad \Delta\varphi = +\,0'\,36''\,(1112^m).$$

Après des recherches longtemps infructueuses, j'ai trouvé les indications manuscrites suivantes qui montrent que l'observatoire de Lechevalier occupait le même emplacement que celui de Pingré, et qui permettent de déterminer sa position exacte dans l'intérieur de l'abbaye.

1° A propos de la comète de Halley, Pingré dit (Ms. 1811, f° 101) qu'elle a dû se lever « à la partie Sud du dôme de la Bibliothèque ». Ce dôme est celui peint par Restout, qui existe encore. D'après la déclinaison de cette comète (*Mém. Acad.*, 1759, H, p. 148), elle se levait à 75° d'azimut, compté du Sud vers l'Est; on peut voir que cela est d'accord avec ce qui suit.

([1]) Par cette correspondance, on devine que Nell et d'autres considéraient tout ou partie des instruments de Lechevalier comme démodés, médiocres, d'où sans doute le nom de *Chaudrons* par lequel on les désigne généralement. Et de même, l'observatoire est constamment appelé le *pigeonnier*.

Cette correspondance n'est pas sans présenter quelque intérêt général, car l'auteur, autrefois habitué des coulisses diplomatiques, s'y entretient des événements politiques actuels ou prochains, sans oublier ni les nouvelles des milieux académiques ni les nouveautés du jour.

([2]) Dans *Mém. Acad.*, 1755, p. 22, et 1760, p. 291, il donne $\Delta\mathcal{L} = 3^s$; et dans ceux de 1755, p. 286, d'après un plan de Paris : 400^T à 420^T (780^m à 819^m) à l'Est.

2° En 1822 Lechevalier s'exerçait aux déterminations d'azimuts terrestres au moyen du sextant, et comparait ses résultats à ceux fournis par le théodolite. C'est ainsi qu'il donne pour l'azimut (1) du Val-de-Grâce 32°40′, — 32°40′ à 50′, — 32°50′ et enfin, avec un chiffre surchargé, 32°35′ (*Lettres* I, 122_2, 148, 149 ; II, 98).

Avec beaucoup moins de détails il donne aussi, et deux fois, 9°6′ pour l'azimut de la tourelle (tour Sud) de Notre-Dame (*Lettres* I, 143_2, 149), enfin une seule fois 19°50′ pour le fronton du Louvre (I, 149) et 57°49′ pour le clocher de la Salpêtrière (I, 149).

Nous avons ainsi en surnombre des données pour déterminer la position de l'observatoire; mais elles ont des poids fort inégaux. Il serait assez compliqué d'en tirer directement les coordonnées les plus probables du point cherché. Aussi j'ai considéré comme rigoureusement exact l'azimut du Val-de-Grâce, répété quatre fois, et cherché les intersections de la direction correspondante avec les directions des azimuts relatifs aux trois autres stations.

Appelons :

OA — la méridienne du point O (Observatoire national);

S_1, S_2, S_3, S_4 les quatre stations dans l'ordre suivant : Val-de-Grâce, fronton du Louvre, Notre-Dame, Salpêtrière;

s_1, s_2, s_3, s_4 les points de projection rectangulaire de S_1, S_2, ... sur OA;

S'_1, S'_2, S'_3, S'_4 les intersections de OA avec les droites menées par S_1, S_2, ... suivant les azimuts donnés;

X_2, X_3, X_4 le point cherché conclu de chacun des trois derniers azimuts, et qui par hypothèse est sur $S_1 S'_1$;

x_2, x_3, x_4 les projections rectangulaires de X_2, ... sur OA.

Les coordonnées de S_1, S_2 sont données par T_2, T_ν et T_{1896}. Celles de S_2, S_3 ne sont que dans T_2, car les nombres de T_ν se rapportent à un autre fronton, celui du jardin de l'Infante.

En conséquence, j'ai adopté pour S_1, ..., S_4 les $\Delta\mathcal{L}$ et $\Delta\varphi$ du Tableau ci-après, les $\Delta\varphi$ étant rapportés à la perpendiculaire de T_{1896}, un peu différente, semble-t-il, de celle de T_2 et T_ν.

Les autres nombres résultent de ces données et des azimuts.

---

(1) Lechevalier n'indique pas toujours clairement l'origine de ses azimuts, mais il ne peut y avoir d'hésitation à ce sujet. Les quatre points S_1, ..., S_4 sont tous à l'Est de la méridienne et au Nord de la perpendiculaire.

n. S_n.	A.	$\Delta\mathcal{L}$.	$\Delta\varphi$.	$S'_n S_n$.	S'_1.	S'_n.	X_n.	$S'_1 x_n$.	$S'_n x_n$.	$(\Delta\varphi)_x$.	$(\Delta\mathcal{L})_x$.
	° ′	m	m	m	° ′	° ′	° ′	m	m	m	m
1. S_1 Val-de-Gr.	32.40	403,0	468,0	628,5							
2. S_2 Louvre....	19.50	220,6	2646,0	611,6	32.40	19.50	127.30	1230,5	2187,4	1070,0	789,0
3. S_3 Notre-D..	9. 6	918,5	1863,0	5734,4	147.20	9. 6	23.34	1235,7	4946,7	1075,2	792,3
4. S_4 Salpêtr....	57.49	2027,0	290,2	1275,7	32.40	57.49	89.31	1230,1	496,3	1069,5	788,6

Par les nombres des deux dernières colonnes verticales on voit que les résultats sont assez concordants pour le but poursuivi. Comme le point S_2 ne peut être très bien déterminé, comme d'autre part le point S_3 a une position désavantageuse, nous ne donnerons que le poids $\frac{1}{2}$ aux valeurs qu'ils fournissent pour les $\Delta\mathcal{L}$ et $\Delta\varphi$ cherchés, qui sont ainsi

$$\Delta\mathcal{L} = 789^{m},7 \text{ ou } 38'',73 = 2^{s},580\,\mathrm{E}\,; \quad \Delta\varphi = 1071^{m},0 \text{ ou } 0'.34'',67\,; \quad \varphi = 48^{\circ}50'45'',67.$$

Ainsi cet observatoire, dont aucune trace ne subsiste aujourd'hui, se trouvait sur le bâtiment qui actuellement longe la rue Clotilde, à son intersection avec celui qui aboutit à la coupole de Restout. Lors de sa fondation il était dans la partie centrale du territoire de l'abbaye.

Aides de Pingré. — Le premier que nous rencontrons est le génovéfain T. *Jamard*, qui en 1757 publia, sur la comète attendue de Halley, un *Mémoire sur la comète qui a été observée en* 1531, 1607, 1682..., *avec une carte où sont tracées les routes de cette comète dans ses trois dernières apparitions.* Lalande (*Bibliogr.*, p. 463) dit que Jamard « semblait alors vouloir se destiner aux sciences »; et l'historien de l'Académie (*Mém. Acad.* 1759, H. 129), qui analyse le mémoire de Jamard, dit que depuis longtemps... « il travailloit à l'Astronomie sous les yeux de M. Pingré, dont il secondoit le zéle et les travaux ».

A l'origine Jamard eut la plus grande part aux observations météorologiques. Pour l'Astronomie nous ne connaissons de lui que deux observations qu'il fit à Sainte-Geneviève : l'occultation de θ Baleine, le 18 Juillet 1755 (*Conn. des Temps*, 1810, p. 335 et ms. 2313, f° 415) et l'éclipse du premier Sat. ♃ le 2 mars 1756 (*Mém. Acad.*, 1756, p. 460, télescope de 32^{po} et *Conn. des Temps*, 1810, p. 352).

Lors du passage de Vénus de 1761, Pingré fut aidé par *Thuillier* « qui avoit fait le voyage avec lui dans cette vue » et qui fit aussi l'observation du passage (*Mém. Acad.*, 1761, H. 107 et M. 441, 443). En 1765, il fréquentait l'observatoire de Pingré.

Viallon (Lyon — †Paris, 1805 septembre 29), génovéfain, qui fut biblio-

thécaire sous les ordres de Pingré, observa à Sainte-Geneviève l'éclipse de Lune du 30 juillet 1776 (*Mém. Acad.*, 1776, H. 33, M. 176) et celle de Soleil du 17 octobre 1781 (*Mém. Acad.*, 1781, p. 15, 705).

En 1787, il obtint le 2e prix de l'Académie des Sciences pour un Mémoire sur la meilleure manière de rétablir la machine de Marly (*Mém. Acad.*, 1785, H. 45); et après la mort de Pingré, c'est lui qui en remit les instruments à Lalande.

Bouin, génovéfain, fit aussi un petit nombre d'observations astronomiques à Sainte-Geneviève, mais il habitait généralement à Rouen.

Un autre génovéfain, « *Steigenberger*, chanoine régulier de Pollingen », fit, à l'Observatoire de Pingré, l'observation de l'éclipse de Soleil du 16 août 1765, avec la lunette de 2pi fixée au quart de cercle de 2pi, après avoir pris des hauteurs correspondantes pour régler la pendule. Le même observateur paraît avoir fait d'autres observations à Pollingen, en Basse-Bavière, en 1766 (Écl. ☾, février 24, ms. 2313, f° 348), en 1757, 1759 (Écl. de Sat. ♃, ms. 2313, f° 420).

Cette abbaye avait dû se procurer des instruments chez Canivet, car les papiers de Pingré (ms. 1977, f° 33) renferment des reçus « à l'acquit de l'abbé de Pollingen ».

Le « cousin » *Guiard* manipule aussi les instruments.

Les autres aides s'occupent uniquement d'observations météorologiques. Ce sont, après Jamard, surtout le sieur *Mimi*, un sieur *Villette*, et enfin le P. *Guillot*, qui observe un halo lunaire le 5 février 1759.

ASTRONOMIE PHYSIQUE. — *Sur un cas particulier de diffraction des images des astres circulaires de grands diamètres.* Note (1) de M. **Maurice Hamy.**

J'ai fait connaître, dans une Note antérieure (2), les expressions analytiques fournissant l'intensité lumineuse, en différentes régions de l'image d'un astre circulaire de grand diamètre, obtenue avec une lunette diaphragmée par une fente rectiligne. Ces formules permettent de calculer la valeur de l'intensité, en tous points de l'axe de symétrie de l'image parallèle au grand côté de la fente et notamment dans le voisinage du bord géomé-

(1) Séance du 10 mai 1920.
(2) *Comptes rendus*, t. 169, 1919, p. 822.

trique, c'est-à-dire du bord que l'on observerait, à travers l'oculaire, si la diffraction n'existait pas. Leur application m'a conduit, au prix de calculs numériques très étendus, à des conséquences que je me propose d'exposer dans la présente Communication.

Appelons a la largeur de la fente, h sa longueur, ε le demi-diamètre de l'astre, λ la longueur d'onde de la lumière admise dans l'œil et supposée rendue monochromatique par son passage à travers un verre coloré convenable, disposé contre l'oculaire. Les paramètres m et n, définis par les égalités

$$m = \pi \frac{h \sin \varepsilon}{\lambda}, \qquad n = \pi \frac{a \sin \varepsilon}{\lambda},$$

jouent, comme on l'a vu, un rôle important dans la théorie. Nous les retrouverons dans un instant.

Auparavant, il y a une remarque à faire au sujet de l'emploi des formules auxquelles nous sommes parvenus. Dans les observations solaires, on se trouve astreint, en effet, à affaiblir suffisamment la lumière pour que l'œil puisse supporter l'éclat des images. Il n'en résulte néanmoins aucune difficulté, pour l'application des dites formules, parce que ce n'est pas l'intensité absolue qu'il y a intérêt à étudier dans telle ou telle partie de l'image, c'est l'intensité relative par rapport à celle qui se trouve localisée en un point particulier choisi dans cette région. En d'autres termes, on n'a à considérer que des rapports d'intensités qui sont indépendants du facteur de réduction figurant à la fois en numérateur et en dénominateur.

La question de beaucoup la plus importante à élucider, comme application des formules générales, est celle de la répartition de la lumière, dans le voisinage du bord géométrique, sur l'axe de symétrie de l'image parallèle au grand côté de la fente. On y parvient en étudiant l'intensité relative $y = \frac{I}{I_B}$, I désignant l'intensité absolue en un point voisin du bord géométrique de l'image et I_B l'intensité absolue au bord géométrique. On est d'ailleurs naturellement amené, pour représenter graphiquement y, à prendre comme abscisse le rapport $\xi = \frac{x}{2\pi}$, x étant une variable figurant directement dans les expressions de l'intensité et représentant le produit $x = 2m\left(\frac{\sin\varphi}{\sin\varepsilon} - 1\right)$, où φ désigne la distance angulaire, au centre de l'astre, du point de l'image que l'on considère.

Dans le voisinage du bord géométrique et lorsque $\frac{n^2}{m}$ est donné, la fonc-

tion y, en négligeant des quantités insensibles, dépend de la longueur de la fente uniquement parce que cette longueur figure dans l'expression de m et par suite de ξ. Cette variable ξ, positive pour les points de l'image extérieurs au bord géométrique, nulle sur ce bord et négative pour les points intérieurs, prend d'ailleurs la valeur 1, lorsqu'on s'en éloigne extérieurement à une distance angulaire égale au pouvoir séparateur $\frac{\lambda}{h}$ d'un objectif de diamètre représenté par la longueur de la fente. On conçoit dès lors l'intérêt que l'on trouve à étudier y en fonction de ξ. Une même courbe convient à tous les cas, pour représenter y, lorsque $\frac{n^2}{m}$ est donné. Seulement l'unité d'abscisse correspond au pouvoir séparateur, savoir, pour la longueur d'onde $\lambda = 0^\mu,5$, à $1''$ si l'on a affaire à une fente de $0^m,10$ de longueur; à $0'',2$ si cette longueur a pour valeur $0^m,50$; à $0'',1$ si elle est égale à 1^m; à $0'',025$ si elle atteint $2^m,50$, comme l'ouverture du grand télescope du mont Wilson, etc.

L'étude complète de la fonction y définie ci-dessus serait extrêmement laborieuse s'il fallait la pousser dans tous ses détails, cette fonction dépendant pratiquement, en fin de compte, des deux paramètres indépendants $\frac{n^2}{m}$ et ξ. Mais, comme on va le voir, il y a un cas notablement plus intéressant que les autres à examiner au point de vue des applications. En conséquence, il a paru suffisant de l'étudier à fond et de s'en tenir, pour le reste, à des généralités.

On trouve que la variation de l'intensité relative y, dans le voisinage immédiat du bord géométrique, est maximum en valeur absolue, lorsque le rapport $\frac{n^2}{m}$ a pour valeur $\frac{1}{2}$. La courbe figurant les variations de y possède alors, au point correspondant au bord géométrique, une tangente inclinée au maximum sur la partie négative de l'axe des abscisses. De là il résulte que si, par suite de l'existence de la diffraction, la lumière ne peut en aucun cas être nettement limitée au bord géométrique de l'image, par contre, quand on passe d'un point intérieur à un point extérieur au bord géométrique, tous deux immédiatement voisins et à distances fixes de ce bord, la chute de l'intensité relative est aussi élevée que possible lorsque $\frac{n^2}{m} = \frac{1}{2}$.

On peut donc dire que le bord géométrique de l'image est défini le mieux possible lorsque $\frac{n^2}{m} = \frac{1}{2}$. Tel est le motif pour lequel il convient d'examiner d'une façon complète ce cas particulier. La détermination de la

position du bord géométrique, sur l'image solaire, présente en effet un intérêt spécial, puisque c'est à cette détermination qu'est liée la possibilité de l'étude du diamètre vrai du Soleil, de ses variations problématiques au cours de la période des taches, et de sa variation séculaire.

La partie la plus importante de la courbe figurant les variations de y correspond aux valeurs de ξ comprises entre ± 3. Elle a été construite, dans cet intervalle, d'après les positions de trente-sept points et de deux tangentes, déterminées par des calculs numériques extrêmement laborieux fondés sur la sommation de plusieurs centaines de séries. En dehors de ces limites, son tracé est plus simple à réaliser. Considérée dans son ensemble, la courbe présente de légères sinuosités qui vont en s'atténuant, à mesure que l'on s'éloigne de l'origine, dans un sens ou dans l'autre, et dont la représentation graphique nécessite l'emploi d'une échelle d'ordonnées fortement surélevée par rapport à celle des abscisses.

Fait-on abstraction de ces sinuosités, l'allure générale de la courbe est la suivante, en allant de l'intérieur à l'extérieur du disque. L'ordonnée, inférieure à 3,8, mais d'autant plus voisine de ce nombre que l'on part d'un point plus éloigné du bord géométrique, va constamment en décroissant, lorsque ξ augmente. Égale à 3,365 pour $\xi = -3$, elle passe à 3,28 pour $\xi = -2$, à 2,90 pour $\xi = -1$ et à 1 pour $\xi = 0$ (bord géométrique). La concavité *générale* est tournée vers les y négatives, pour les valeurs de ξ inférieures à $-0,195$ et, au delà de cette limite, vers les y positives. La courbe se rapproche rapidement et asymptotiquement de l'axe des abscisses, lorsque ξ devient positif et augmente. L'ordonnée, égale à 1 pour $\xi = 0$ (bord géométrique), tombe à 0,13 pour $\xi = 1$, à 0,054 pour $\xi = 3$, etc.

La condition $\frac{n^2}{m} = \frac{1}{2}$ assujettit la largeur de la fente à ne pas dépasser quelques millimètres, en sorte que sa longueur peut atteindre le diamètre même de l'objectif. Il était naturel, en conséquence, de chercher à comparer théoriquement l'aspect du contour de l'image, considéré aux extrémités de l'axe de symétrie dirigé dans le sens de la longueur de la fente, à l'aspect du contour de l'image fournie par l'objectif utilisé avec sa surface totale. La question a été résolue par des moyens reposant sur la considération de la courbe d'intensité, décrite ci-dessus, et la courbe analogue relative à la diffraction de l'image par une ouverture circulaire. Or, il arrive que l'aspect du contour solaire, observé au foyer de la lunette à travers l'oculaire, est plus favorable aux mesures dans la première hypothèse que dans la seconde. Voici ce qu'il faut entendre par là. Le calcul

montre que l'intensité ne subit aucune discontinuité, pas plus dans un cas que dans l'autre, quand on traverse le bord géométrique de l'image. Seulement, comme cette intensité varie avec une rapidité extrême, dans le voisinage immédiat de ce bord, l'observateur a l'illusion que l'image de l'astre est terminée par un contour défini, auquel il convient d'appliquer la dénomination de bord optique. Il n'y a là qu'une impression purement physiologique tenant à l'imperfection de la vision. Cependant, bien qu'il ne soit pas susceptible de définition physique, c'est néanmoins le bord optique qui fait l'objet des pointés exécutés par l'observateur dans toutes les recherches nécessitant des mesures de position à effectuer sur le Soleil. On conçoit que la concordance des pointés est liée à la netteté d'aspect du bord optique. Eh bien! il arrive que ce bord illusoire est plus tranché, lorsque l'objectif est diaphragmé par la fente que lorsqu'il est utilisé avec sa surface entière. Cet avantage est d'autant plus important qu'il est accompagné de l'élimination presque totale de chaleur, de l'instrument d'observation, chaleur dont l'admission devient intolérable lorsque l'objectif, en entier découvert, possède une large ouverture.

Quel rapport peut-il y avoir entre les mesures exécutées sur le bord optique, par un observateur exercé, et celles qu'il ferait sur le bord géométrique, si un signe distinctif décelait sa présence? La considération de la courbe d'intensité fournit le moyen de trancher la question. Elle conduit à la détermination expérimentale d'une correction permettant de rapporter les mesures, faites sur le bord optique, à ce qu'elles auraient été si l'on avait pu pointer le bord géométrique.

Avant de donner des indications à ce sujet il convient de remarquer que, par suite de l'absorption de l'atmosphère solaire, la région centrale de l'astre est, en réalité, plus brillante que celle avoisinant le contour apparent. Or les résultats qui précèdent se rapportent à l'hypothèse d'après laquelle le disque présenterait un éclat intrinsèque uniforme. Mais des considérations physiques font prévoir, lorsque la fente a une longueur suffisante, que la véritable courbe d'intensité, à l'intérieur du bord géométrique, doit alors s'éloigner peu de celle que l'on obtient, en multipliant chacune des ordonnées de la courbe dont il a été question ci-dessus par la valeur de l'éclat intrinsèque au point du disque solaire auquel correspond cette ordonnée. Par ailleurs, les ordonnées à l'extérieur du bord géométrique ne peuvent différer beaucoup de celles qui correspondent à un disque d'éclat intrinsèque uniforme égal à celui du contour apparent de l'astre. Cependant, avant de formuler des conclusions définitives à ce sujet,

la question devra être abordée de front par le calcul. Les moyens employés, pour mener à bonne fin le travail dont j'ai indiqué les grandes lignes, sont d'ailleurs applicables à ce cas général.

Dans l'hypothèse de l'homogénéité de la surface du disque, le rapport de l'intensité centrale de l'image à l'intensité au bord géométrique a pour valeur 3,8, lorsque la largeur de la fente est liée à sa largeur par la relation $\frac{n^2}{m} = \frac{1}{2}$. Comme application de ce qui vient d'être dit, pour passer au cas de la réalité, il faut multiplier ce nombre 3,8 par le rapport de l'éclat intrinsèque du disque, au centre, à celui de la périphérie. Si on lui attribue la valeur 5, pour les radiations de longueur d'onde $\lambda = 0^{\mu},5$, le rapport de l'intensité centrale de l'image, à l'intensité au bord géométrique, atteint 19 en chiffres ronds.

Il reste à montrer comment la connaissance de la véritable courbe d'intensité peut conduire à la détermination exacte du diamètre solaire.

Cette détermination repose sur l'emploi d'un diaphragme percé d'une ouverture figurant l'aire comprise entre la courbe d'intensité, l'axe des abscisses et deux ordonnées, l'une du côté des abscisses négatives, l'autre du côté des abscisses positives, dont l'éloignement doit être choisi de façon à rendre possible l'observation dont il va être question ci-après.

L'écran étant disposé devant un fond éclairé uniformément et de façon convenable, on examine, avec un oculaire, les apparences lumineuses localisées dans le plan focal conjugué d'une lentille cylindrique, placée à distance suffisante de l'écran, après avoir orienté les génératrices rectilignes de ses surfaces parallèlement aux ordonnées de la courbe d'intensité limitant l'ouverture pratiquée dans l'écran. L'exploration de l'image étant faite au niveau du centre de la lentille et dans le sens perpendiculaire aux génératrices, si l'éloignement de l'écran au système optique et les constantes de ce système sont convenablement calculés, l'expérience fournit des apparences identiques à celles du bord de l'image solaire observée, avec un grossissement donné, dans le plan focal d'une lunette armée de la fente. Une lentille cylindrique donne, en effet, d'un point lumineux, une image affectant la forme d'un tronçon de droite, parallèle aux génératrices de ses surfaces. C'est pourquoi une droite lumineuse limitée, parallèle aux génératrices, qui s'aperçoit de la lentille sous un angle peu considérable, a elle-même pour image un tronçon de droite d'intensité proportionnelle à sa longueur. Dans le cas présent, les ordonnées de la courbe d'intensité, qui se rapportent à la partie évidée de l'écran, représentent autant de droites dont les images sont juxtaposées dans le champ de la lentille cylindrique. Les variations lumineuses, examinées dans le champ perpendiculairement aux génératrices de la lentille, sont donc proportionnelles aux ordonnées de la courbe d'intensité du bord solaire. Elles reproduisent par suite les variations même d'intensité, au voisinage du bord solaire, dans le plan focal d'une lunette munie d'une fente de largeur satisfaisant à la condition $\frac{n^2}{m} = \frac{1}{2}$, ces

variations étant rapportées, dans l'un et l'autre cas, à l'intensité au point correspondant au bord géométrique, prise comme unité.

Le dispositif, décrit ci-dessus, doit être complété par l'adjonction d'un écran étroit, à bords rectilignes parallèles aux ordonnées de la courbe d'intensité, tracée sur le diaphragme, et mobile dans son plan, en travers de l'ouverture qui y est pratiquée. Sa largeur doit être calculée de façon que son image, vue dans l'oculaire, se présente sous forme d'un fil délié, parallèle aux génératrices de la lentille. Ce fil immatériel balaie l'image fournissant les apparences du bord solaire, dans le champ de la lentille, quand on déplace l'écran. On peut l'amener, en conséquence, à l'endroit où la partie éclairée de cette image paraît s'arrêter, en raison de la chute rapide d'intensité. Le pointé ainsi exécuté correspond exactement à celui que l'on ferait, avec un fil micrométrique, sur le bord optique de l'image solaire, observée au foyer d'une lunette armée de la fente. Si l'on relève, à ce moment, la position de l'écran, à sa rencontre avec l'axe des abscisses accompagnant la courbe d'intensité et tracé sur la partie pleine du diaphragme, on saura de combien d'unités de l'échelle son centre s'écarte de l'origine. Ce nombre exprime, en pouvoirs séparateurs de la lunette, employée pour l'observation du Soleil, la distance angulaire du bord optique au bord géométrique, si la longueur de la fente atteint le diamètre de l'objectif, comme on le suppose.

S. A. S. le Prince **Albert de Monaco** fait hommage à l'Académie du fascicule LIII des *Résultats des campagnes scientifiques accomplies sur son yacht : Cirrhipèdes provenant des campagnes scientifiques de S. A. S. le Prince de Monaco* (1885-1913), par A. Gruvel.

M. **A. Calmette** fait hommage à l'Académie de l'Ouvrage qu'il vient de publier sous le titre : *L'infection bacillaire et la tuberculose chez l'homme et chez les animaux*.

COMMISSIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à la désignation de trois membres de la Division des sciences mathématiques et de trois membres de la Division des sciences physiques qui, sous la présidence de M. le Président de l'Académie, formeront la Commission chargée de présenter une liste de candidats à la Chaire d'*Histoire générale des sciences* vacante au Collège de France.

MM. **Lippmann**, **Emile Picard**, **Appell**; **Edmond Perrier**, **Guignard**, **A. Lacroix** réunissent la majorité absolue des suffrages.

NOMINATIONS.

M. **Edmond Perrier** est désigné pour représenter l'Académie à l'inauguration du monument élevé en l'honneur de *Van Beneden*.

ÉLECTIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à l'élection d'un Correspondant pour la Section de Géométrie, en remplacement de M. *Cosserat*, élu Membre non résidant.

Au premier tour de scrutin, le nombre de votants étant 45,

M. L. E. Dickson	obtient.	41 suffrages	
M. Guido Castelnuovo	»	2	»
M. E. I. Fredholm	»	2	»

M. **L. E. Dickson**, ayant réuni la majorité absolue des suffrages, est élu Correspondant de l'Académie.

CORRESPONDANCE.

L'Académie a reçu la lettre suivante de M. le **Ministre de l'Instruction publique et des Beaux-Arts** en réponse au vœu émis par elle dans le Comité secret du 19 avril et reproduit dans les *Comptes rendus* du 26 avril :

Paris, le 3 mai 1920.

Messieurs les Secrétaires perpétuels,

Vous avez bien voulu me transmettre le vœu émis par l'Académie des Sciences en son Comité secret du 19 avril 1920, sur l'organisation des Observatoires.

Ce vœu pose des principes pour la réforme des Observatoires et le développement des recherches astronomiques en France. Je ne puis que remer-

cier l'Académie d'avoir ainsi marqué avec toute sa haute autorité dans quel sens les efforts doivent être faits.

De l'application de ces principes dépendra l'avenir de nos Observatoires et de la Science astronomique française. Mais toutes les mesures à prendre devant avoir avant tout une portée scientifique, mon Administration ne peut assumer à elle seule la responsabilité du travail à entreprendre. La collaboration de l'Académie des Sciences ne lui sera pas moins précieuse pour tracer le programme développé des réformes à faire et des innovations à tenter.

Je vous serais très obligé de me faire savoir si l'Académie des sciences serait disposée à confier à une Commission spéciale prise dans son sein l'élaboration aussi rapide que possible de ce programme. Elle pourrait d'ailleurs faire appel au concours du Conseil de l'Observatoire de Paris, du Conseil de l'Observatoire d'Astronomie physique de Meudon, du Conseil des Observatoires. Voici quelles seraient les principales questions pour lesquelles des solutions pratiques et détaillées devraient être proposées :

Organisation et répartition du travail dans les Observatoires ;

Travaux d'ensemble et recherches personnelles ;

Recrutement et situation du personnel ;

Maintien, diminution, augmentation, répartition, échange du personnel entre les établissements ;

Organisation et attribution des Conseils ;

Etat actuel des instruments ; leur répartition entre les Observatoires et les astronomes ; instruments nouveaux ;

Travaux actuellement en cours d'exécution ; dans quelle mesure et dans quelles conditions doivent-ils être poursuivis ;

Publications ;

Budgets du matériel des Observatoires.

Quant à la personnalité civile des Observatoires de Paris et de Meudon, elle est actuellement demandée dans un projet de loi que je soumets à mon Collègue des Finances.

Je serais très reconnaissant à l'Académie de faire bon accueil, dans le plus bref délai possible, à la proposition que j'ai l'honneur de lui présenter.

Veuillez agréer, Messieurs les Secrétaires perpétuels, l'assurance de ma haute considération.

Le Ministre de l'Instruction publique et des Beaux-Arts,

ANDRÉ HONNORAT.

M. le **Ministre de l'Hygiène, de l'Assistance et de la Prévoyance sociales** invite l'Académie à désigner un de ses membres qui fera partie de la *Commission permanente des Stations hydrominérales et climatiques*, reconstituée par la loi du 24 septembre 1919.

M. **W. H. Perkin**, élu Correspondant pour la Section de Chimie, adresse des remercîments à l'Académie.

M. **S. Lefschetz** adresse des remercîments pour la distinction que l'Académie a accordée à ses travaux.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

Le fascicule I (*Mémoires*) des *Annales du Bureau central météorologique de France pour* 1913, publiées par M. Angot, directeur du Bureau.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la solution générale du système auquel satisfait la fonction* $W_{k,\mu,\nu}(x, y)$. Note de M. **Pierre Humbert**, présentée par M. Appell.

Le système [1]

$$(S)\qquad \begin{cases} x^2 r - q\,xy + z\left(-\dfrac{x^2}{4} - \dfrac{xy}{2} + kx + \dfrac{1}{4} - \mu^2\right) = 0, \\ y^2 t - p\,xy + z\left(-\dfrac{y^2}{4} - \dfrac{xy}{2} + ky + \dfrac{1}{4} - \nu^2\right) = 0, \end{cases}$$

auquel satisfait la fonction $W_{k,\mu,\nu}(x, y)$ est vérifié par définition par la fonction

$$x^{\mu+\frac{1}{2}} y^{\nu+\frac{1}{2}} e^{-\frac{x+y}{2}} \lim_{\rho=\infty} F_2\left(\mu+\nu-k+1, \rho, \rho, 2\mu+1, 2\nu+1, \frac{x}{\rho}, \frac{y}{\rho}\right),$$

que nous désignerons par $M_{k,\mu,\nu}(x, y)$.

On a évidemment le développement suivant :

$$M_{k,\mu,\nu}(x, y) = x^{\mu+\frac{1}{2}} y^{\nu+\frac{1}{2}} e^{-\frac{x+y}{2}} \sum_m \sum_n \frac{(\mu+\nu-k+1, m+n)}{(2\mu+1, m)(2\nu+1, n)} \frac{x^m y^n}{m!\,n!}.$$

---

[1] *Comptes rendus*, t. 170, 1920, p. 564.

Cette fonction n'est définie que lorsque ni 2μ, ni 2ν ne sont entiers et négatifs. Si toutefois on a simultanément $2\nu = -1$ et $y = 0$, le rapport $\frac{y}{2\nu+1}$ tendant vers zéro, le développement montre que la fonction $M_{k,\mu,\nu}$ tend alors vers la fonction $M_{k,\mu}(x)$ définie par M. Whittaker ([1]). Elle tendra dans des conditions analogues vers $M_{k,\nu}(y)$.

Dans le cas général où ni 2μ, ni 2ν ne sont entiers, comme on peut remarquer que les équations restent inaltérées par le changement de μ en $-\mu$ ou de ν en $-\nu$, on aura trois nouvelles solutions par les développements

$$M_{k,-\mu,\nu}(x, y) = x^{-\mu+\frac{1}{2}} y^{\nu+\frac{1}{2}} e^{-\frac{x+y}{2}} \sum_m \sum_n \frac{(-\mu+\nu-k+1, m+n)}{(1-2\mu, m)(2\nu+1, n)} \frac{x^m y^n}{m!\,n!},$$

$$M_{k,\mu,-\nu}(x, y) = x^{\mu+\frac{1}{2}} y^{-\nu+\frac{1}{2}} e^{-\frac{x+y}{2}} \sum_m \sum_n \frac{(\mu-\nu-k+1, m+n)}{(2\mu+1, m)(1-2\nu, n)} \frac{x^m y^n}{m!\,n!},$$

$$M_{k,-\mu,-\nu}(x, y) = x^{-\mu+\frac{1}{2}} y^{-\nu+\frac{1}{2}} e^{-\frac{x+y}{2}} \sum_m \sum_n \frac{(-\mu-\nu-k+1, m+n)}{(1-2\mu, m)(1-2\nu, n)} \frac{x^m y^n}{m!\,n!}.$$

Les quatre fonctions M forment évidemment, lorsque μ et ν sont distincts, un système fondamental, et la solution générale du système (S) est

$$A_1 M_{k,\mu,\nu} + A_2 M_{k,-\mu,\nu} + A_3 M_{k,\mu,-\nu} + A_4 M_{k,-\mu,-\nu},$$

où les A sont des constantes arbitraires.

On peut donner diverses expressions de ces fonctions. En nous bornant à $M_{k,\mu,\nu}$, remarquons qu'à partir de la formule qui donne le développement de F_2, ordonné suivant les puissances croissantes de x seul, et en tenant compte de la définition de la fonction M à une variable, on pourra écrire

$$M_{k,\mu,\nu}(x, y) = e^{-\frac{x}{2}} \sum_m x^{m+\mu+\frac{1}{2}} \frac{(\mu+\nu-k+1, m)}{(2\mu+1, m)\,m!} M_{k-\mu-m-\frac{1}{2};\,\nu}(y).$$

On aurait une expression analogue en développant suivant les puissances croissantes de y.

La formule

$$F_2(\alpha, \beta, \beta', \gamma, \gamma', x, y) = (-1)^{-\alpha} \sum_m \sum_n \frac{(\alpha, m+n)}{m!\,n!} F(-m, \beta, \gamma, x)\, F(-n, \beta', \gamma', y),$$

([1]) Whittaker et Watson, *Modern Analysis*, 2e édition, Cambridge, 1915 p. 332, 599.

que l'on établit aisément à partir de la valeur de F_2 sous forme d'intégrale définie, nous donne, en passant à la limite,

$$M_{k,\mu,\nu}(x, y) = (-1)^{k-\mu-\nu-1}\sum_m \sum_n \frac{(\mu+\nu-k+1, m+n)}{m!\,n!} \times M_{m+\mu+\frac{1}{2},\,\mu}(x)\,M_{n+\nu+\frac{1}{2},\,\nu}(y).$$

Chacune des fonctions M à une variable figurant au second membre est le produit d'un polynome par une exponentielle et une puissance fractionnaire de la variable. On aura en effet, par exemple,

$$M_{m+\mu+\frac{1}{2},\,\mu}(x) = x^{\mu+\frac{1}{2}} e^{-\frac{x}{2}} \sum_{p=0}^{p=m} \frac{(-m, p)}{(2\mu+1, p)} \frac{x^p}{p!}.$$

Il est facile de voir qu'on a effectivement

$$M_{m+\mu+\frac{1}{2},\,\mu}(x) = (-1)^{m+1} x^{\mu+\frac{1}{2}} e^{-\frac{x}{2}} \Gamma(2\mu+1)\, m!\, T_{2\mu}^{m}(x),$$

où T est le polynome de N. Sonine (¹), défini par

$$T_p^q = \frac{x^q}{q!\,0!\,\Gamma(p+q)} - \frac{x^{q-1}}{(q-1)!\,1!\,\Gamma(p+q-1)} + \ldots$$

ou encore par

$$(1+\alpha)^{-p-1} e^{\frac{\alpha x}{1+\alpha}} = \sum_{q=0}^{q=\infty} \Gamma(p+q+1)\, \alpha^q\, T_p^q(x);$$

d'où la formule très simple

$$M_{k,\mu,\nu}(x, y) = x^{\mu+\frac{1}{2}} y^{\nu+\frac{1}{2}} e^{-\frac{x+y}{2}} \Gamma(2\mu+1)\Gamma(2\nu+1) \times \sum_m \sum_n (-1)^{k-\mu-\nu-m-n-1} (\mu+\nu-k+1, m+n)\, T_{2\mu}^m(x)\, T_{2\nu}^n(y).$$

Les autres fonctions M peuvent naturellement être mises sous une forme analogue.

Remarquons qu'en vertu de la formule (²)

$$T^n_{m+\frac{1}{2}}(x) = \frac{d^{m+1}}{dx^{m+1}}\, U_{2(m+n+1)}(\sqrt{x}),$$

(¹) *Math. Annalen*, t. 16, 1880, p. 41.

(²) Cette formule, qui n'est pas donnée par N. Sonine, se démontre à partir de la fonction génératrice de T.

où U_n est le polynome d'Hermite, on pourra exprimer toute fonction $M_{k,\mu,\nu}$ où μ et ν sont de la forme $\frac{a}{2}+\frac{1}{4}$, $\frac{b}{2}+\frac{1}{4}$, a et b étant entiers, par des dérivées de polynomes d'Hermite, et par conséquent par des polynomes d'Hermite eux-mêmes. En nous reportant à un résultat établi précédemment (¹), ainsi qu'à une propriété connue des polynomes d'Hermite, nous pourrons énoncer cette proposition en disant : les fonctions de l'hyperparaboloïde de révolution peuvent s'exprimer au moyen des fonctions du cylindre parabolique.

ARITHMÉTIQUE. — *Un critérium pour les nombres algébriques réels, fondé sur une généralisation directe de l'algorithme d'Euclide.* Note (²) de M. **Nils Pipping**, transmise par M. Hadamard.

1. Considérons un système de $n+1$ $(n \geqq 1)$ nombres positifs donnés, rangés par ordre de grandeur décroissante :

$$v_0 \geqq v_1 \geqq v_2 \geqq \ldots \geqq v_n (> 0).$$

Si ces nombres sont tous différents entre eux, nous en formerons n systèmes nouveaux, renfermant chacun $n+1$ nombres positifs, d'après la règle suivante :

Dans le $\mu^{\text{ième}}$ système ($\mu = 1, 2, \ldots, n$), le plus grand nombre, v_0, sera remplacé par la différence $v_0 - v_\mu$, les autres nombres $v_1, \ldots, v_n$ restant les mêmes.

Si aucun des n systèmes ainsi obtenus ne renferme deux nombres égaux, nous appliquerons à chacun d'eux la même règle, ce qui nous donnera n^2 systèmes nouveaux de $n+1$ nombres positifs. Ce procédé peut se continuer indéfiniment, à moins qu'il n'arrive à un moment donné que, parmi les différents systèmes fournis par notre règle, il s'en trouve au moins un qui renferme deux nombres égaux. Si cette circonstance se présente, nous conviendrons de dire que notre algorithme *s'arrête.*

Pour $n = 1$ cet algorithme se réduit évidemment à celui d'Euclide, à cela près que chaque division se trouve remplacée par autant de soustractions qu'en indique le quotient.

(¹) *Comptes rendus*, t. 170, 1920, p. 833.

(²) Séance du 10 mai 1920.

2. Appliquons ce procédé aux $n+1$ quantités

$$1, \quad \omega, \quad \omega^2, \quad \ldots, \quad \omega^n,$$

ω étant un nombre positif donné. L'algorithme résultant sera appelé *l'algorithme d'ordre n, appliqué au nombre* ω.

On sait que l'algorithme d'ordre 1 s'arrête toutes les fois que ω est un nombre algébrique du premier degré, c'est-à-dire un nombre rationnel, et seulement dans ce cas. Or nous avons réussi à généraliser ce résultat comme il suit [1].

L'algorithme d'ordre n, appliqué au nombre ω, s'arrête toutes les fois que ω est un nombre algébrique de degré $\leqq n$, et seulement dans ce cas.

Il s'ensuit ce critérium général pour les nombres algébriques réels de degré $n (> 1)$:

Pour qu'un nombre réel donné soit un nombre algébrique de degré n, il faut et il suffit que l'algorithme d'ordre n, appliqué à la valeur absolue de ce nombre, s'arrête, tandis que l'algorithme d'ordre $n-1$ ne s'arrête pas.

3. L'idée de ces recherches nous a été suggérée par un travail récent de M. Viggo Brun [2]. En partant des nombres donnés $v_0 \geqq v_1 \geqq v_2 \geqq \ldots \geqq v_n$ M. Brun en déduit *un seul* système de $n+1$ nombres, en remplaçant v_0 par $v_0 - v_1$, les autres nombres $v_1, \ldots, v_n$ restant les mêmes ; puis, du système ainsi obtenu, il déduit *un* système nouveau par l'application de la même règle, et ainsi de suite. L'algorithme de M. Brun est donc bien plus simple que le nôtre, mais il n'est guère probable qu'on puisse en tirer un critérium général pour les nombres algébriques réels de degré donné.

MÉCANIQUE RATIONNELLE. — *Sur le mouvement de l'axe d'un solide homogène pesant de révolution qui a un point fixe sur cet axe.* Note de M. **Jules Drach**.

I. Le mouvement d'un solide pesant qui a un point fixe, dans le cas, traité par Lagrange, où l'ellipsoïde d'inertie relatif au point fixe est de

---

(1) La démonstration, qui est très élémentaire, sera publiée bientôt dans un autre Recueil.

(2) *En generalisation av Kjedebroken* I (avec un résumé en français), *Videnskapsselskapets Skrifter*, I. Mat-Nat. Klasse 1919 n° 6, Christiania.

révolution, et où le centre de gravité se trouve sur l'axe de révolution, a donné lieu à de très belles applications de la théorie des fonctions elliptiques. On ne paraît pas cependant avoir mis en évidence des éléments qui permettent une *vue d'ensemble*, *simple*, des mouvements de l'axe de révolution dans les différents cas.

Si l'on adopte les notations classiques : Oz, axe de révolution dirigé vers le centre de gravité G, Oz_1 verticale dirigée vers le haut, et si l'on désigne par P le point où l'axe Oz perce la sphère de centre O et de rayon 1, les coordonnées de P seront : la *distance zénithale* θ, $\cos\theta = u$, et l'*azimut* ϖ (angle du vertical z_1Oz avec un vertical fixe). Ces éléments sont définis par les relations

$$\left(\frac{du}{dt}\right)^2 = (\alpha - au)(1-u^2) - (\beta - br_0u)^2 = f(u), \qquad \frac{d\varpi}{dt} = \frac{\beta - br_0u}{1-u^2}$$

où α, β désignent deux constantes dépendant des conditions initiales; a, b deux constantes *positives* dépendant du corps; r_0 est la composante constante de la rotation instantanée suivant Oz.

Le polynome $f(u)$ possède trois racines réelles, deux u_1 et u_2 $(u_1 < u_2)$, comprises entre -1 et $+1$, comprennent toujours u; la troisième u_3 est supérieure à 1. Un élément important est en outre la racine u_0 de l'équation $\beta - br_0u = 0$, qui, lorsqu'elle se trouve entre u_1 et u_2, définit les points où la variation de l'azimut change de sens. C'est cet élément u_0 que nous considérons systématiquement, dans tous les cas, avec les paramètres u_1 et u_2, arbitraires entre -1 et $+1$.

II. On trouve, sans difficulté, les expressions

$$\Delta . a = b^2 r_0^2 \,\mathrm{F}(u_0), \qquad \mathrm{F}(u_0)\, u_3 = \mathrm{G}(u_0),$$

où l'on a posé

$$\mathrm{F}(u_0) = 2u_0(1 + u_1u_2) - (1 + u_0^2)(u_1 + u_2),$$
$$\mathrm{G}(u_0) = (1 + u_0^2)(1 + u_1u_2) - 2u_0(u_1 + u_2),$$

et où Δ désigne le produit positif $(1 - u_1^2)(1 - u_2^2)$.

Pour que a soit positif, il faut et il suffit que $\mathrm{F}(u_0) > 0$; la racine u_3 est alors supérieure à 1.

La variation de u est donnée par

$$\frac{du}{dt} = \frac{br_0}{\sqrt{\Delta}} \sqrt{(u_2 - u)(u - u_1)(\mathrm{G} - u\mathrm{F})} = \frac{br_0}{\sqrt{\Delta}} \sqrt{\lambda(u)}$$

et l'équation

$$\frac{d\varpi}{du} = \sqrt{\Delta}\, \frac{(u_0 - u)}{(1 - u^2)\sqrt{\lambda(u)}}$$

définit la trajectoire de P : *elle ne dépend*, en dehors de u_1 et u_2, *que de* u_0. Si l'on pose $br_0 t = \tau$, au mouvement étudié correspond un *mouvement-type* pour lequel $br_0 = 1$; au même point P de la trajectoire, les temps sont dans un rapport constant.

III. *Trajectoires.* — La condition $F(u_0) > 0$ donne des conclusions différentes suivant le signe de $(u_1 + u_2)$.

A. Si $u_1 + u_2 > 0$, u_0 doit se trouver entre les racines u'_0, u''_0, positives, de $F(u_0)$; on a ici la suite d'inégalités

$$-1 < u_1 < u'_0 < u_2 < 1 < \sigma < u''_0$$

en désignant par σ la demi-somme de u'_0, u''_0.

L'azimut ϖ compté à partir du point le plus bas de la trajectoire, sur C_1, est donné par

$$\varpi(u, u_0) = \sqrt{\Delta}\int_{u_1}^{u} \frac{(u_0 - u)\,du}{(1 - u^2)\sqrt{\lambda(u)}};$$

il croît jusqu'à la valeur $u = u_0$ (supposée entre u'_0 et u_2) puis décroît jusqu'à $u = u_2$.

Si l'on regarde $\varpi(u, u_0)$ comme fonction de u_0, on a

$$\frac{\partial\varpi}{\partial u_0} = \sqrt{\Delta}(u_1 + u_2)(\sigma - u_0)\int_{u_1}^{u} \frac{du}{(G - uF)\sqrt{\lambda(u)}},$$

donc ϖ croît avec u_0 tant que u_0 est inférieur à σ.

La dérivée de l'*azimut maximum* $\varpi(u_0, u_0)$ relative à u_0 s'obtient en faisant $u = u_0$ dans $\frac{\partial\varpi(u, u_0)}{\partial u_0}$. Donc, lorsque $u'_0 < u_0 < u_2$, l'azimut maximum $\varpi(u_0, u_0)$ croît aussi de la valeur $\varpi(u'_0, u'_0)$, que l'on peut calculer, jusqu'à $\varpi(u_2, u_2)$, qui correspond à la trajectoire R présentant un rebroussement sur le cercle C_2. Le minimum $\varpi(u'_0, u_0)$ correspond au cas où $a = 0$, G se trouve en o; la trajectoire est le demi-cercle C'_0 tangent à C_1 et C_2 aux deux points d'azimut zéro, décrit dans un mouvement de Poinsot.

On étudie de même la variation partielle de l'azimut de u_0 à u_2.

La *variation totale de l'azimut*, dans une demi-période de temps, $\varpi(u_2, u_0)$ varie de $\varpi(u_2, u'_0)$ qui correspond au cercle C'_0 et qui est nulle, jusqu'à la valeur $\varpi(u_2, u_2)$ qui correspond à R. *Elle est donc toujours positive* (M. Hadamard a démontré ce point à l'aide du théorème de Cauchy pour les fonctions de variable complexe).

Lorsque u_0 varie de u_2 à σ, $\varpi(u, u_0)$ continue à croître; sa plus grande valeur

$$\varpi(u, \sigma) = \int_{u_1}^{u} \frac{du}{(1-u^2)} \sqrt{\frac{(u_1+u_2)(\sigma-u)}{(u_2-u)(u-u_1)}}$$

définit une *courbe limite* Γ. Si u_0 varie de σ à u''_0, $\varpi(u, u_0)$ décroît et *la même région de la sphère est à nouveau balayée* jusqu'à la courbe finale obtenue pour $u_0 = u''_0$, qui est un demi-cercle C''_0 tangent à C_2 au point d'azimut π (mouvement de Poinsot). La courbe Γ est donc tout entière au delà de C''_0. On compare aisément deux trajectoires de cette région balayée deux fois : la dérivée de $\varpi(u, v_0) - \varpi(u, u_0)$ ne peut s'annuler qu'une fois entre u_1 et u_2; si $\frac{u_0+v_0}{2} = \sigma$, la différence des azimuts a le signe de $v_0 - u_0$.

B. Si $u_1 + u_2 < 0$, u_0 est en dehors des racines u'_0, u''_0, négatives, et l'on a

$$u''_0 < \sigma < -1 < u_1 < u'_0 < u_2 < 1.$$

Lorsque u_0 varie de u'_0 à ∞, la trajectoire, d'abord C'_0, prend des formes analogues à celles signalées plus haut avec rebroussement sur C_2 pour $u_0 = u_2$; mais $\varpi(u, u_0)$ croît toujours avec u_0 et la courbe extrême est C_∞.

Quand u_0 varie de $-\infty$ à u''_0, la trajectoire est d'abord la courbe $C_{-\infty}$ symétrique de C_∞ par rapport au vertical initial; $\varpi(u, u_0)$ est négatif et croît jusqu'à la valeur $\varpi(u, u''_0)$ qui correspond au demi-cercle symétrique de C''_0. La courbe C_∞ est donc au delà de C''_0.

Lorsque $u_1 + u_2 = 0$, u_0 est positif, la trajectoire varie simplement de C'_0 à C''_0.

L'étude de la variation de la courbure géodésique de la trajectoire de P donne aussi des conclusions simples.

Il convient d'observer que la position du corps dépend du paramètre φ, donné par $\frac{d\varphi}{dt} = br_0\left(\frac{1}{b} - \frac{u_0-u}{1-u^2}\right)$; dans le mouvement-type du corps la valeur positive de b intervient donc.

CHRONOMÉTRIE. — *Le spiral compensateur et les nouveaux problèmes de la mécanique du réglage.* Note de M. **Jules Andrade**.

La belle et récente découverte métallurgique de M. Guillaume, le *spiral compensateur* obtenu par une fabrication *très sûre* d'un alliage fer-nickel auquel ont été incorporées cette fois des doses massives d'un troisième ou

d'un quatrième métal, réalise la *création* d'un solide dont l'élasticité augmente avec la température.

Deux conséquences, également importantes pour la Chronométrie, sont liées à cette création :

1° L'erreur *secondaire* de la compensation aux températures est enfin vaincue;

2° Le balancier vibrant des chronomètres, fondé jusqu'à présent sur l'emploi de la *bague bimétallique fendue* créée par les chronométriers anglais du XVIIIe siècle, peut aujourd'hui, en passant sous le commandement du spiral compensateur, redevenir un solide indéformable à température fixe.

Les conséquences mécaniques de ce dernier fait méritent d'être soulignées car, d'une part, elles doivent provoquer un nouveau progrès de la précision des chronomètres et, d'autre part, elles ne manqueront pas de hâter un contrôle nécessaire des lois admises dans le réglage et, par contre-coup, d'inviter nos jeunes géomètres à perfectionner l'outil mathématique de nos théories actuelles.

La bague bimétallique fendue, si précieuse hier pour la compensation, avait, on le sait, une grave imperfection mécanique; et en effet, de toutes les perturbations d'isochronisme, celle due à l'action de la force centrifuge déformant le balancier dans le cours même d'une vibration est de beaucoup la plus considérable bien que, révélée par le calcul à Phillips, elle ait échappé aux horlogers; aussi, devait-on jusqu'ici s'interdire de poursuivre à fond l'isochronisme de l'organe réglant des chronomètres. Mais, aujourd'hui, grâce à la découverte du spiral compensateur et grâce *à la disposition du balancier coupé*, il devient possible de *pousser à fond* la poursuite de l'isochronisme *surtout si*, *par l'emploi de spiraux associés et travaillant deux à deux en sens inverse*, on *fait en même temps disparaître en grande partie* la petite perturbation d'isochronisme due à *l'inertie* du *spiral*.

La mécanique du réglage va donc, grâce au spiral compensateur, pouvoir accroître encore la précision des chronomètres marins; réussira-t-elle dans cette voie au point de réaliser des *horloges chronométriques* ou *chronomètres fixes*, fondés sur l'élasticité et comparables pour la précision aux horloges astronomiques? Je le pense.

L'objet de cette Note est de préciser le but à viser dans cette direction.

Tant qu'on n'emploie qu'un seul spiral cylindrique, il est indifférent, en vue de l'isochronisme, de choisir entre la méthode des courbes terminales et la méthode Pierre Le Roy.

Mais si, pour le motif énoncé plus haut (atténuation de l'effet d'inertie du spiral), on s'adresse à des spiraux associés et conjugués, il faut évidemment employer comme associés des individus métallurgiques identiques, et reproductibles aussi égaux ou symétriques qu'on le pourra; or la certitude d'obtenir des *sosies* métalliques parfaits pour spiraux compensateurs paraît acquise aujourd'hui ; si de plus, avec un même ruban de métal non encore façonné en hélice, les *sosies* de fabrication peuvent être ensuite aussi bien assurés dans le *sens dextrorsum* que dans le *sens sinistrorsum*, il devient inutile et même nuisible de modifier les spiraux associés par des courbes terminales.

Je rappelle d'ailleurs à cet égard que j'ai démontré que deux spiraux cylindriques *Le Roy*, tous deux de mêmes forme et orientation, mais travaillant en sens inverse, transmettent à leur commun balancier une vibration fonction sinusoïdale du temps; la multiplicité des spiraux (4 ou 8) n'intervient que pour la suppression des pressions transverses et longitudinales par rapport au balancier.

Si l'on ne tient pas à la proportionnalité (du moment transmis) à l'angle d'écart du balancier par rapport à sa position d'équilibre, 2 ou 4 spiraux suffisent.

On peut en effet *graduer expérimentalement* de *bonnes balances spirales* à 4 spiraux, en *employant comme couple antagoniste* celui produit par la terre sur un *barreau aimanté porté par le flotteur* de la balance spirale.

Cette méthode sera le premier contrôle expérimental de la théorie de Résal sur les ressorts circulaires, théorie qui a été souvent utilisée en chronométrie par le regretté *Caspari* et par moi-même.

MÉTALLOGRAPHIE. — *Genèse des fissurations de certains essieux.* Note de M. Ch. Frémont, présentée par M. L. Lecornu.

Un essieu qui tourne sous un véhicule reçoit, tout autour de sa fusée, les chocs transmis par la roue et, lorsque certains de ces chocs produisent, en un point déterminé, un effort maximum instantané dépassant la limite d'élasticité du métal, il y a d'abord écrouissage plus ou moins intensif, puis, après un certain nombre de répétitions de ces chocs, il se produit une *fissuration graduelle*, de forme circulaire, par suite de la distribution périphérique des chocs.

Il en est de même pour les arbres de machines qui travaillent dans des

conditions semblables, c'est à dire en subissant, sur leur pourtour, des chocs intenses répétés plus ou moins fréquemment.

La figure 1 montre l'aspect de la cassure d'un arbre de treuil d'un ascenseur, dont la rupture a causé la mort d'une vingtaine de personnes; la fissuration a été graduelle et de forme circulaire.

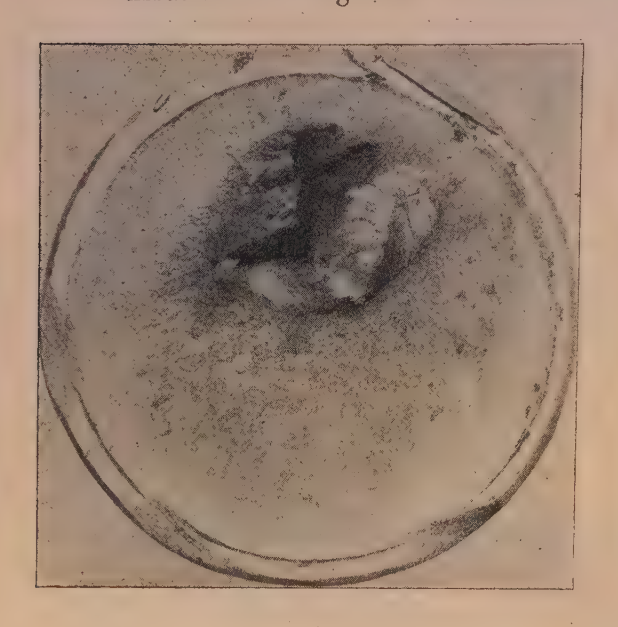


Fig. 1. — Fissure progressive, circulaire, d'un arbre ou d'un essieu tournant.

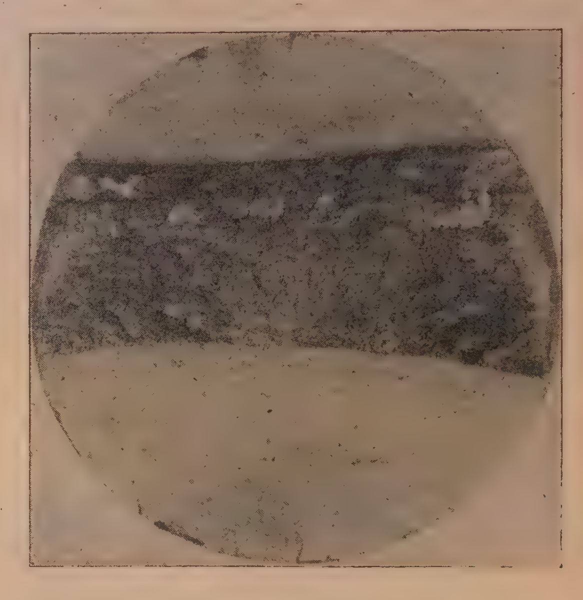


Fig. 2. — Fissures progressives, diamétralement opposées, d'un essieu fixe.

Mais lorsque l'essieu est fixe, c'est à dire qu'il ne tourne pas, les chocs, transmis au véhicule par le moyeu de la roue mobile, frappent la fusée immobile toujours du même côté, celui de la génératrice inférieure; et cependant on constate que dans ce cas la fissuration se fait non seulement de ce côté, mais aussi du côté diamétralement opposé, c'est à dire à la génératrice supérieure, là où le métal ne paraît cependant travailler qu'à la compression (fig. 2).

Cette anomalie est due au phénomène désigné depuis un siècle par les physiciens anglais, par le mot *resilience* qui veut dire rebondissement élastique.

En effet, quand un choc a produit une brusque déformation élastique de la fusée, celle-ci reprend sa position première, comme un ressort qui se détend, par une série de rapides rebondissements successifs.

Pendant ces oscillations, alternativement de sens opposé, la fibre infé-

rieure, d'abord tendue, se trouve ensuite comprimée et, inversement, la fibre supérieure d'abord comprimée se trouve alors tendue et ainsi de suite; pendant ces alternances, l'intensité de l'effort est décroissante jusqu'à l'amortissement complet.

Ces déformations élastiques sont sans influence néfaste sur la qualité du métal, aussi peuvent-elles être réitérées un très grand nombre de fois sans qu'il en résulte la moindre altération.

Il n'en est pas de même quand l'intensité du choc est assez grande pour faire dépasser au métal sa limite d'élasticité; il y a d'abord déformation permanente en un point de la génératrice inférieure la plus tendue, puis ensuite, par le fait du rebondissement élastique de la fusée, c'est le point diamétralement opposé qui, après avoir subi une première déformation permanente par compression, subit cette fois une déformation permanente par traction. On sait, par expérience, que les deux limites élastiques, à la traction et à la compression, de l'acier, sont de même valeur.

En résumé, la fusée revient à sa position initiale, au moins au début de ces déformations permanentes momentanées du métal; mais localement, le métal a été écroui alternativement par traction et par compression et ces écrouissages successifs ne s'annulent pas, au contraire, ils se superposent et, après un certain nombre de répétitions, ils produisent les deux fissurations opposées, passant chacune par les points faibles du métal de la région déformée, notamment par les inclusions non métalliques, en croissant graduellement sous chaque choc suffisamment intensif.

La fissuration par rebondissement est moins importante que la fissuration par choc direct, parce que l'effort produit par le rebondissement est plus faible que le choc initial ainsi que nous l'avons dit.

La flexion élastique de la partie centrale, comprise entre les deux fissures de la fusée, occasionne par le rebondissement un choc des deux faces opposées dans chaque fissure, ce qui produit un *matage par écrasement* des surfaces en contact et leur donne l'aspect uni que l'on constate après rupture, alors que la cassure finale à l'aspect grenu.

C'est aussi ce rebondissement qui fait sortir l'huile de graissage et permet souvent de découvrir l'existence de la fissure, dont la finesse est telle que l'œil le plus exercé ne peut parfois l'apercevoir.

Pour atténuer l'effet désastreux de ces déformations permanentes des fusées d'essieux fixes, il faut diminuer l'effort maximum instantané produit par chaque choc intensif, non seulement en employant des ressorts de suspension les plus souples et de plus grande flèche possible, mais encore et surtout en absorbant la plus grande partie possible du travail destructeur

du choc par une déformation élastique suffisante du corps de l'essieu; c'est-à-dire que, contrairement à l'usage actuel qui consiste à donner la plus grande rigidité possible au corps de l'essieu, il faut donner à celui-ci une forme de solide d'égale résistance, permettant le maximum de déformation élastique.

HYDRAULIQUE. — *Étude de l'écoulement en déversoir à l'aide de la chonophotographie*. Note [1] de M. **P. Morin**, présentée par M. G. Charpy.

Au cours des études sur le régime du Haut-Cher dont nous avons entretenu l'Académie précédemment (séance du 24 novembre 1919), nous avons eu l'impression que les moyens employés pour la détermination du débit des cours d'eau laissaient à désirer et qu'il devait être possible de serrer de beaucoup plus près, dans certains cas, la mesure exacte de cette sorte de grandeur. Nous avons eu l'idée d'appliquer à cette mesure une méthode chronophotographique qui nous avait donné les meilleurs résultats dans des études classiques : mouvement de la chute des corps et mouvement des projectiles,

Principe. — Si un point lumineux d'éclat suffisant se déplace dans un plan parallèle à la plaque d'un appareil photographique, aplanétique et sans distorsion, celle-ci recevra une impression qui, au développement, donnera une représentation fidèle de la trajectoire du point lumineux à une certaine échelle.

Si, dans le plan où se meut le point lumineux, se trouve une règle métrique, la photographie de cette règle donnera l'échelle du dessin. Enfin, si la position de la règle est parfaitement repérée par rapport à des points fixes de l'espace et si une roue dentée tourne devant l'objectif avec une vitesse constante, connue, les occultations et poses alternatives donneront une image de la trajectoire en traits interrompus. Les extrémités de chaque segment marqueront les positions du point lumineux mobile à des intervalles de temps consécutifs et égaux. Dès lors, on aura sur la plaque tous les éléments nécessaires à la recherche de la loi du mouvement. On pourra, en particulier, calculer la vitesse moyenne du mobile dans une partie quelconque de son parcours.

---

[1] Séance du 3 mai 1920.

Sur un déversoir de forme régulière, à surface bien dressée pour qu'il ne se forme pas de petits tourbillons locaux, la nappe déversante ne présente pas de différences appréciables entre les divers filets qui traversent orthogonalement une de ses sections; par conséquent, si l'on connaît la vitesse d'un filet voisin de la surface, on a celle de tous les filets passant dans la même section.

Application. — En rendant convenablement lumineux un point d'un filet superficiel, nous pouvons chronophotographier le mouvement de ce filet suivant le principe précédent. Pour obtenir le point lumineux en question, nous immergeons à l'origine de la lame déversante un petit ballon de verre argenté de 6^{cm} de diamètre, lesté de manière qu'il en émerge une demi-sphère très régulière. Le soleil forme dans ce miroir sphérique convexe une image quasi ponctuelle extrêmement brillante. L'image de ce point lumineux mobile, donnée par un objectif simple d'environ 25^{cm} de foyer, diaphragmé à 5^{mm} de diamètre, impressionne fortement une plaque ordinaire, même en se déplaçant avec une vitesse de 20^{cm} par seconde sur cette plaque.

Nous avons appliqué cette méthode au déversoir du grand barrage de Rochebut (Teillet), élevé sur le Cher, à quelques kilomètres en amont de Montluçon, dont le dessin ci-dessous (*fig.* 1) indique le profil dans sa partie

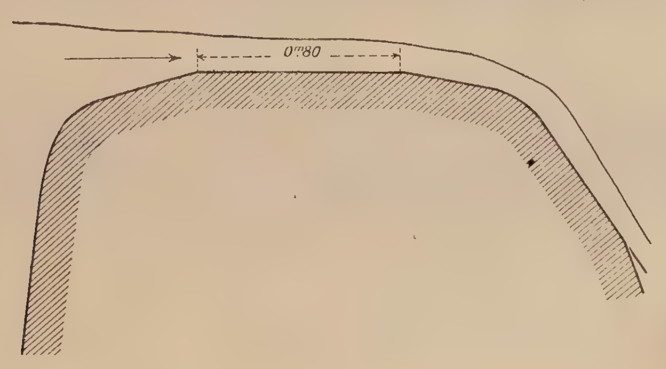


Fig. 1.

supérieure. Ce profil se prête aussi parfaitement que possible au passage régulier d'une vitesse insensible, dans le réservoir, à l'état de mouvement rapide sur le sommet de l'ouvrage qui présente une surface horizontale de 80^{cm} de large entre des plans peu inclinés se continuant eux-mêmes par des arrondis.

Nous avons disposé une mire parlante, divisée en centimètres, horizontalement, à une hauteur connue (86^{cm},4) au-dessus du déversoir, à environ

2^m d'une des extrémités de la nappe. Le bord supérieur de la mire a été réglé au niveau du centre optique de l'objectif, disposé sur une plate-forme faite exprès. Dans cette même plate-forme sont fixés les bras de fer qui portent les extrémités de la mire au-dessus de l'eau. L'épaisseur de la mire est telle qu'en tenant notre ballon suspendu par un cordon qui s'appuie sur la face postérieure, l'image du soleil se trouve dans le plan vertical passant par la face antérieure; elle y reste encore quand nous laissons le ballon s'immerger, flotter et suivre le courant. Nous reprenons le flotteur quand il a parcouru sa course utile au moyen du cordon suspenseur qui est attaché au bout d'une perche.

L'épreuve photographique ci-dessous (*fig.* 2) montre le résultat obtenu.



Fig. 2.

Notre roue dentée a trois dents séparées par des intervalles de mêmes dimensions que les dents ; elle est mue par un mécanisme d'horlogerie qui lui faisait exécuter 100 tours en 52″,5, lors de l'expérience, en sorte que chacun de nos segments de trajectoire correspond à une durée de parcours de 0″,0875, durée évaluée à moins de $\frac{1}{200}$.

L'examen de la courbe montre que dans un certain parcours médian,

correspondant à une portion de la partie horizontale du déversoir, le mouvement est horizontal et uniforme. Les extrémités des segments sont assez nettes pour que l'on puisse évaluer leur position, sur le cliché, à moins de $\frac{1}{5}$ de millimètre, ce qui correspond, dans la réalité, à 2^{mm} de parcours réel. Comme l'espace à mesurer est de l'ordre de 400^{mm}, c'est encore une approximation de moins de $\frac{1}{200}$. Donc, en définitive, la vitesse calculée est approchée à moins de $\frac{1}{100}$ de sa valeur. D'autre part, l'épaisseur de la lame déversante, qui peut être mesurée sur la photographie, a été mesurée directement sur place. Cette dernière mesure peut encore se faire avec une approximation du même ordre que les précédentes. Donc, en définitive, la détermination directe des débits peut se faire ainsi dans des conditions d'exactitude les meilleures qu'on puisse désirer.

En même temps que nous déterminons l'épaisseur de la lame déversante en autant de points que nous voulons, nous déterminons la charge sur le déversoir. Par la répétition de ces diverses observations pour des charges différentes, nous pourrons établir avec sûreté un barème donnant les débits du déversoir pour toutes les charges susceptibles d'intervenir. Si, d'autre part, nous obtenons, par enregistrement continu, les variations de la charge aux diverses périodes de déversement, il nous sera possible d'évaluer les débits annuels avec toute l'exactitude nécessaire.

OPTIQUE. — *Sur le grossissement optimum d'une lunette.* Note de M. **Battestini**, transmise par M. A. Blondel.

Nous nous sommes proposé, dans des expériences effectuées à la Commission d'Études pratiques d'Optique et de Télémétrie, de déterminer le grossissement optimum d'une lunette d'observation pour un éclairement donné du champ réel et particulièrement un éclairement faible.

Valeur théorique du pouvoir séparateur. — Nous avons établi d'abord une formule théorique du pouvoir séparateur en fonction de l'éclairement du champ réel E, du diamètre de l'objectif D, et du grossissement G, à partir de la loi des sensations de Fechner, $\log \frac{e}{e_0}$; e désignant l'éclairement de l'image rétinienne et e_0 l'éclairement rétinien limite au-dessous duquel le pouvoir séparateur de l'œil tombe à zéro. Nous avions emprunté cette formule à une Communication de M. Blondel [1].

---

[1] A. Blondel, *Sur la portée des projecteurs de lumière sur terre et sur mer* (*Comptes rendus*, t. 160, 1915, p. 48 et 114).

Soient :

s la surface apparente d'un objet;
$B = h \times E$ son éclat, h étant un coefficient plus petit que 2;
d la distance de l'objet;
φ la distance focale de l'œil.

On a

$$(1) \qquad e = \frac{\text{flux de lumière}}{\text{aire de l'image rétinienne}} = \frac{\frac{\pi}{4} D^2 \times \frac{Bs}{d^2}}{G^2 \times \varphi^2 \times \frac{s}{d^2}} = \frac{\pi}{4} \frac{D^2 B}{G^2 \varphi^2}.$$

Comme d'autre part, dans le champ réel, le pouvoir séparateur de l'œil est multiplié par le grossissement, le pouvoir séparateur de la lunette, sans tenir compte ici du diamètre de la tache de diffusion qui dans des lunettes courantes correspond à des valeurs du pouvoir séparateur bien supérieures à celles que nous avons trouvées dans nos expériences, a pour valeur

$$(2) \qquad P_s = G \log \frac{B}{e_0} \frac{\frac{\pi}{4} D^2}{G^2 \varphi^2}.$$

Nous obtenons la valeur du grossissement optimum en annulant la dérivée du pouvoir séparateur par rapport au grossissement, d'où :

$$\log \frac{B}{e_0} \frac{\frac{\pi}{4} D^2}{G^2 \varphi^2} - G \times \frac{2}{G} = 0;$$

$$(3) \qquad \frac{\pi}{4} B \frac{D^2}{G^2} = R; \qquad \sqrt{hE} \times \frac{D}{G} = \text{const.}$$

Expériences. — Pour vérifier cette formule, nous avons observé au moyen de deux lunettes, dont le grossissement pouvait varier respectivement de 2,5 à 7 et de 7 à 20, des mires constituées par des cercles noirs peints sur fond bleu, soit isolés, soit disposés au nombre de cinq en quinconce dans chaque mire; le diamètre était variable d'une mire à l'autre. Nous opérions en chambre noire et nous éclairions ces mires par une lampe d'intensité constante que nous en écartions plus ou moins. Nous avions choisi la couleur noire pour les cercles et le fond bleu afin de nous rapprocher des conditions pratiques de l'observation sur mer et dans le ciel. La première lunette avait un objectif de 23^{mm}, la deuxième de 50^{mm}.

Dans une première série d'observations nous avons vérifié que, pour un

grossissement donné, le pouvoir séparateur variait en fonction de l'éclairement suivant une courbe logarithmique.

Dans une deuxième série d'observations, nous avons déterminé la valeur du grossissement qui convenait le mieux à différents éclairements; nous avons trouvé :

	E.	G.
Lunette de 7 à 20.	1,8 lux	10 au moins. Au-dessus, la mise au point devenait difficile.
	0,8 »	8
Lunette de 2,5 à 7	0,8 »	7
	0,5 »	5
	0,3 »	4

Ces chiffres concordent avec la formule (3).

Pour des éclairements plus faibles, les observations ne paraissent obéir à aucune loi; cela tient à l'influence que prend alors le coefficient personnel de fatigue ou d'inattention de l'observateur. Le grossissement paraît être indifférent; ce n'est que pour des éclairements très faibles, de l'ordre du $\frac{1}{100}$ de lux, que l'on retrouve la supériorité des faibles grossissements; avec les grossissements supérieurs on ne peut plus rien distinguer, mais l'attention de l'observateur doit être tellement attirée sur le point à observer que l'on ne peut guère retenir ces résultats en ce qui concerne les instruments d'observation.

De la même formule $\sqrt{E}\,\frac{D}{C} = \text{const.}$, nous déduisions que le grossissement optimum, avec un éclairement déterminé, était proportionnel au diamètre de l'objectif, c'est-à-dire que le diamètre de l'anneau oculaire optimum était constant. Nous ne l'avons pas vérifié sur les deux lunettes 5 à 20 et 2,5 à 7, car la deuxième était mieux entretenue; par contre, avec une troisième lunette, 5 à 21, ayant un objectif de 43^{mm}, nous avons trouvé que pour les éclairements 0,5 et 0,3, les valeurs du grossissement optimum étaient sensiblement doubles de celles trouvées avec la lunette 2,5 à 7 dont l'objectif mesurait 23^{mm}.

On remarquera que le pouvoir séparateur de la lunette, égal à G log KE, est alors proportionnel au grossissement et au diamètre de l'objectif.

Conclusions. — Le grossissement d'une lunette devrait pouvoir être réduit proportionnellement à la racine carrée de l'éclairement du champ réel pour que l'acuité visuelle obtenue fût à chaque instant la meilleure. Il est inutile, bien entendu, que l'anneau oculaire dépasse la pupille de l'œil dilatée à son maximum A. Il existe donc un éclairement E*m* au-delà duquel après

avoir réduit le grossissement, on lui conservera sa valeur avec avantage. Admettons pour A une valeur de 10^{mm}, dans le cas de l'objectif de 50^{mm} (0,8 lux; grossissement optimum égal à 8) :

$$E_m . \overline{10}^2 = 0,8 . \left(\frac{50}{8}\right)^2, \qquad E_m \approx 0,3.$$

Cette valeur de l'éclairement est fonction des qualités intrinsèques de la lunette, puisque nous trouvons pour celle de 2,5 à 7, meilleure que l'autre, 0,12. On peut dire néanmoins qu'il est voisin d'un éclairement de 0,2 lux par nuit claire avec pleine lune. Si donc on ne s'encombre pas d'une lunette à grossissement variable, très lourde, et, si l'on préfère utiliser des lunettes à grossissement fixe, il faudra en employer une à fort grossissement pour le jour et une autre avec un anneau oculaire égal à la pupille de l'œil dilatée à son maximum pour la nuit; en outre, comme cette dernière n'aura sa pleine efficacité que très tard, les exigences du service à assurer pourront nécessiter une troisième lunette ayant un anneau intermédiaire, de 6^{mm} par exemple.

ÉLECTRICITÉ. — *Calculs et diagrammes des lignes de transport de force à longue distance.* Note [1] de M. L. **Thielemans**, présentée par M. A. Blondel.

La connaissance des constantes d'une ligne aérienne à longue distance permet de calculer l'impédance Z et l'admittance Y, mises sous forme de quantités complexes, de la ligne. Si l'on se donne d'autre part la tension (V_0) et l'intensité (I_0) à l'extrémité de la ligne, la tension (V) et l'intensité (I) au départ sont données par les relations connues

$$(1) \qquad \begin{cases} (V) = (V_0)\,\mathrm{ch}\sqrt{YZ} + (I_0)\dfrac{\sqrt{Y}}{\sqrt{Z}}\,\mathrm{sh}\sqrt{YZ} \\[2ex] (I) = (I_0)\,\mathrm{ch}\sqrt{YZ} + (V_0)\dfrac{\sqrt{Z}}{\sqrt{Y}}\,\mathrm{sh}\sqrt{YZ}, \end{cases}$$

le signe ( ) désignant des quantités vectorielles.

Les formules (1) peuvent s'interpréter par deux diagrammes (un dia-

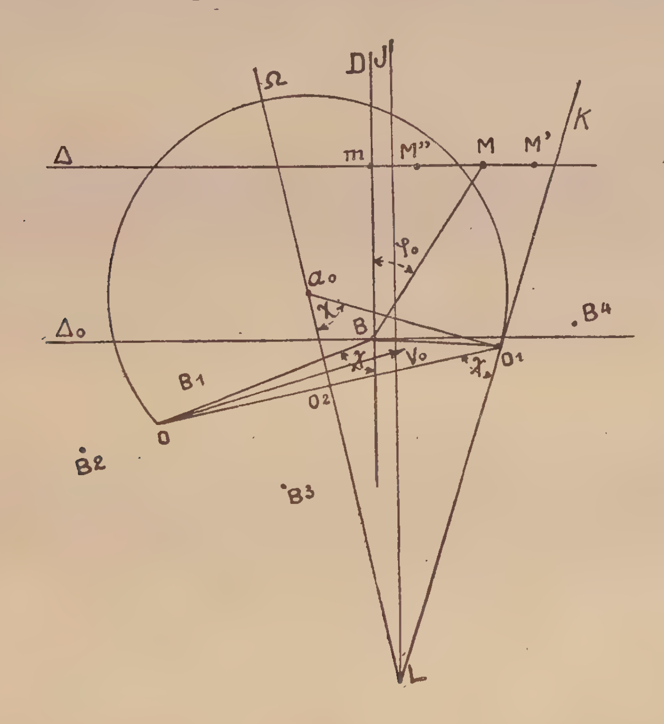
---

[1] Séance du 10 mai 1920.

gramme de tension et un diagramme d'intensité), les quantités ch $\sqrt{YZ}$ et sh $\sqrt{YZ}$ étant de la forme $A + Bj (j = \sqrt{-1})$ [1].

Diagramme total. — Nous avons établi que ces deux diagrammes pouvaient être soudés l'un à l'autre, le deuxième étant transformé par similitude par changement d'échelle et par rotation d'un certain *angle* χ.

Le diagramme total ainsi obtenu, *si l'on suppose* V_0 *constant*, est applicable à tout le plan, *quel que soit* I_0. Il est *tripolaire* et se présente sous la forme ci-annexée. Il comporte un triangle fondamental OO_1B. Si M est



un point du plan (dit point de fonctionnement de la charge), OM, O_1M et BM donneront respectivement *à trois échelles différentes* la tension au départ (V), l'intensité au départ (I) et l'intensité à l'arrivée (I_0).

Deux droites complètent le squelette du diagramme : la droite BD origine des vecteurs I_0 faisant l'angle χ avec OB; la droite O_1K faisant le

(1) La mise en place de ces diagrammes résulte du théorème de Blondel, établissant que le régime en charge est la superposition du régime à vide et du régime en court circuit. M. Blondel a déjà donné les diagrammes de force des ampères et des volts (*Lum. électr.*, t. 2, n° 19, 1908).

même angle χ avec OO_1 et qui coupe en un point L la perpendiculaire O_2 élevée sur le milieu O_2 de OO_1.

On démontre :

1° Que OM représentant, comme nous venons de le dire, le courant (I_0), sa projection Bm sur D représentera à la même échelle le courant watté et Mm le courant déwatté correspondant. On en déduit :

a. Que l'angle $MBm = \varphi_0$ (décalage du courant I_0 sur la tension V_0; dans le cas de figure, il s'agit d'un décalage en arrière);

b. Que si M se déplace sur une droite Δ perpendiculaire à D, la puissance à l'arrivée $P_0 = KV_0I_0 \cos\varphi_0$ [1] reste constante. On peut donc tracer une échelle de *puissance* sur D ou mieux un réseau de droites Δ (*lieu de puissance constante à l'arrivée*); parmi ces droites se trouve la droite Δ_0 menée par le point B qui correspond à la marche à puissance nulle. On trouve ainsi pour un point M déterminé *tous les éléments à l'arrivée*.

2° *a*. *Que les circonférences* passant par les deux points O et O_1 et ayant par conséquent leurs centres sur $O_2\,\Omega$ sont les lieux des points pour lesquels le facteur de puissance $\cos\varphi$ *au départ* est constant. Nous avons tracé sur le diagramme la circonférence tangente en O_1 à LK et ayant son centre en a_0. Pour tous les points de cette circonférence on a $\cos\varphi = 1$. L'échelle des centres des cercles sur $O_2\,\Omega$ est d'autre part la transformée homographique *d'une échelle de tangentes* facile à tracer.

b. *Que les circonférences de centre L* représentent les lieux des points pour lesquels la puissance P *au départ* est constante.

Nous avons trouvé une *échelle métrique* permettant le tracé rapide de ces circonférences.

On obtient ainsi pour un point M la valeur *de tous les éléments au départ*, OM donnant la valeur de V, et O_1M celle de I, comme il est dit plus haut.

3° *Que des circonférences* ayant d'une part leurs centres sur la droite LJ menée par L parallèlement à D, ayant d'autre part pour axe radical commun la droite Δ_0 représentent les lieux des points *à rendement constant*. Pour les déterminer, il suffit d'en connaître une seule, la graduation de l'échelle des centres sur LJ étant une *graduation inverse*. Les maxima de rendement *pour des charges considérées* correspondent aux points de LJ.

---

[1] Pour une ligne triphasée $K = 3$.

Il y a un point de rendement maximum absolu (cercle de rayon nul du faisceau).

Abaque. — Le tracé des réseaux de droites et de cercles transforme le diagramme en un véritable abaque à entrecroisement.

PHYSIQUE. — *Les propriétés des fluides au voisinage du point critique et les équations caractéristiques.* Note de M. G. BRUHAT, présentée par M. J. Violle.

L'hypothèse de la continuité de l'état liquide et de l'état gazeux peut s'exprimer par l'existence d'une relation $p = f(v, T)$, valable dans tout le domaine où le fluide est observable; ce domaine est limité par la courbe de saturation, c'est-à-dire, à une température T, par les volumes spécifiques u et u' du liquide et de la vapeur en équilibre sous la pression p. L'existence d'un point critique, dont je prendrai les coordonnées pour unités, s'exprime par le fait que, T tendant vers 1, u et u' tendent vers 1, ainsi que p. La fonction f est continue dans tout le domaine du fluide, y compris les points de la courbe de saturation et le point critique, quand on tend vers ces points par tous les chemins observables; j'admettrai de plus que ses dérivées partielles jusqu'au quatrième ordre existent et sont continues dans les mêmes conditions.

La pression en un point observable voisin du point critique peut alors être représentée par la formule de Taylor jusqu'au quatrième terme. La combinaison, par soustraction et addition, des relations obtenues pour les deux états u et u', donne :

$$(1) \qquad 0 = \frac{\partial f}{\partial v} - \frac{\varepsilon - \eta}{2}\frac{\partial^2 f}{\partial v^2} - \theta\frac{\partial^2 f}{\partial v\,\partial T} + \frac{\varepsilon^2 - \varepsilon\eta + \eta^2}{6}\frac{\partial^3 f}{\partial v^3}, \quad \ldots,$$

$$(2) \qquad \varpi = \frac{\varepsilon - \eta}{2}\frac{\partial f}{\partial v} + \theta\frac{\partial f}{\partial T} - \frac{\varepsilon^2 + \eta^2}{4}\frac{\partial^2 f}{\partial v^2} - \frac{\varepsilon - \eta}{2}\theta\frac{\partial^2 f}{\partial v\,\partial T}, \quad \ldots,$$

$$(p = 1 - \varpi, \qquad T = 1 - \theta, \qquad u = 1 - \varepsilon, \qquad u' = 1 + \eta).$$

La relation (1) montre qu'au point critique $\frac{\partial f}{\partial v} = 0$; comme, pour $T = 1$, toutes les valeurs de v correspondent à des états d'équilibre stable observables $\left(\frac{\partial f}{\partial v} \leq 0\right)$, on a également $\frac{\partial^2 f}{\partial v^2} = 0$. Si l'on ajoute aux hypothèses précédentes celle que $\frac{\partial^2 f}{\partial v\,\partial T}$ et $\frac{\partial^3 f}{\partial v^3}$ ne sont pas nulles, on voit que θ est du deuxième ordre par rapport à ε.

La pression de vapeur p est donnée par le théorème de Maxwell

$$(3) \qquad p(u'-u)=\int_u^{u'} f(v, \mathrm{T})\,dv.$$

La valeur de ϖ, fournie par la relation (2), et sa comparaison avec celle qu'on déduit de l'équation (3) donnent

$$(4) \qquad \lim \frac{dp}{d\mathrm{T}} = \lim \frac{\varpi}{\theta} = \frac{\partial f}{\partial \mathrm{T}};$$

$$\eta = \varepsilon + \lambda\varepsilon^2 \ldots, \qquad \theta = \mathrm{A}\varepsilon^2 \ldots,$$

$$(5) \qquad \mathrm{A} = \frac{1}{6}\,\frac{\dfrac{\partial^3 f}{\partial v^3}}{\dfrac{\partial^2 f}{\partial v\,\partial \mathrm{T}}}, \qquad \lambda = \frac{1}{3}\,\frac{\dfrac{\partial^3 f}{\partial v^2\,\partial \mathrm{T}}}{\dfrac{\partial^2 f}{\partial v\,\partial \mathrm{T}}} - \frac{1}{5}\,\frac{\dfrac{\partial^4 f}{\partial v^4}}{\dfrac{\partial^3 f}{\partial v^3}};$$

$$(6) \qquad \lim \frac{du'}{du} = -\lim \frac{\eta}{\varepsilon} = -1, \qquad \lim \frac{d\left(\frac{1}{u}\right) + d\left(\frac{1}{u'}\right)}{2\,d\mathrm{T}} = -\frac{1}{\mathrm{A}}\left(1 - \frac{\lambda}{2}\right);$$

$$(7) \qquad \lim \frac{d^2 p}{d\mathrm{T}^2} = -\frac{\lambda}{\mathrm{A}}\,\frac{\partial^2 f}{\partial v\,\partial \mathrm{T}} + \frac{\partial^2 f}{\partial \mathrm{T}^2} + \frac{\lambda}{2\mathrm{A}^2}\,\frac{\partial^3 f}{\partial v^3} - \frac{1}{\mathrm{A}}\,\frac{\partial^3 f}{\partial v^2\,\partial \mathrm{T}} + \frac{1}{12\mathrm{A}^2}\,\frac{\partial^4 f}{\partial v^4}.$$

D'après les hypothèses faites, toutes ces quantités sont finies, et la première n'est pas nulle $\left(\dfrac{\partial^2 f}{\partial v\,\partial \mathrm{T}} \neq 0\right.$, et $\dfrac{\partial f}{\partial \mathrm{T}} > 0$ en tout autre point de l'isotherme $\left.\text{critique}\right)$. On sait que ces résultats interviennent dans l'étude des propriétés calorifiques [1] : *on voit qu'ils peuvent se déduire des hypothèses générales sur la continuité de l'état liquide et de l'état gazeux.*

Les valeurs (4) et (7) peuvent être comparées à celles données expérimentalement par les courbes de pression de vapeur (avec peu de précision pour la seconde), la valeur (6) avec l'inclinaison a du diamètre rectiligne. Voici les résultats pour les équations de Van der Waals et de Clausius prises sous la forme :

$$p = \frac{8\mathrm{T}}{3v-1} - \frac{3}{v^2}; \qquad p = \frac{8\mathrm{T}(1+\beta)}{3v-1+2\beta} - \frac{3(1+\beta)^2}{(v+\beta)^2}\,\varphi(\mathrm{T}),$$

où β et $\varphi(\mathrm{T})$ sont quelconques, avec $\varphi(1) = 0$, $\varphi'(1) < 0$:

---

(1) Duhem, *Mécanique chimique*, Livre IV. — Raveau, *Journ. de Phys.*, 3e série, t. 1, 1892, p. 461. — Ariès, *Comptes rendus*, t. 165, 1917, p. 51.

	$\lim \frac{dp}{dT}$.	$\lim \frac{d^2p}{dT^2}$.	a.
Van der Waals...	4	9,6	$-0,4$
Clausius........	$4-3\varphi(1)$	$9,6[1-\varphi'(1)]^2-3\varphi''(1)$	$-4[1-\varphi'(1)](1+\beta)(0,1+\beta)$
» $[\varphi(T)=T^{-1}]$.	7	32,4	$-8(1+\beta)(0,1+\beta)$
Hydrogène........	5	»	$-0,24$
Oxygène.........	4,75	18	$-0,71$
Gaz carbonique..	6,6	37	$-0,86$
Pentane.........	6,8	26,5	$-0,97$
Eau.............	7,1	26	»
Alcool éthylique.	8,2	52	$-1,02$

On voit que les nombres expérimentaux sont en général compris entre ceux donnés par les équations caractéristiques classiques; les différents corps se rangent dans le même ordre, que l'on considère $\lim \frac{dp}{dT}$ ou a, les gaz permanents se rapprochant davantage de l'équation de Van der Waals. L'équation de Clausius fournit des valeurs acceptables de a à condition de prendre β assez faible ($<0,1$); la courbe de pression de vapeur qu'elle fournit est d'ailleurs complètement indépendante de la valeur de ce coefficient [1].

OPTIQUE. — *Sur la discussion de l'expérience de Michelson.* Note [2] de M. Jean Villey, présentée par M. Bouty.

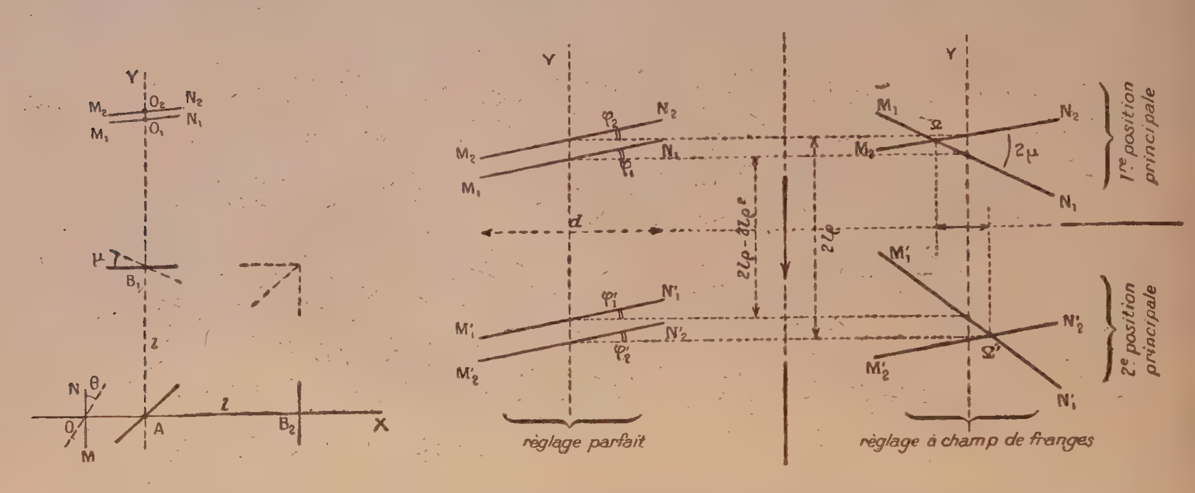
Dans une Communication présentée le 22 avril 1919 (t. 168, p. 837), M. Righi a donné des formules très commodes pour discuter l'expérience de Michelson. Elles évaluent, dans l'hypothèse classique de l'éther isotrope immobile, d'une part les coordonnées X_1Y_1 et X_2Y_2 des points centraux O_1 et O_2 des deux ondes conjuguées $M_1O_1N_1$ et $M_2O_2N_2$, images d'une même onde plane incidente MON; d'autre part les angles φ_1 et φ_2 de ces ondes avec l'orientation commune qu'elles auraient en l'absence de translation terrestre. Ces formules sont établies dans le cas du *réglage parfait*, c'est-à-dire dans le cas où les deux miroirs B_1 et B_2 sont rigoureusement perpendiculaires l'un sur l'autre, le miroir semi-argenté A rigoureusement orienté suivant le plan bissecteur du dièdre B_1, B_2, et le plan MON des

(1) Ce résultat se déduit immédiatement des calculs de Clausius (Clausius, *Comptes rendus*, t. 93, 1881, p. 619. — Ariès, *Comptes rendus*, t. 163, 1916, p. 964).

(2) Séance du 10 mai 1920.

ondes incidentes rigoureusement parallèle au miroir B_2 : L'appareil ne peut pas, dans ces conditions, donner un champ de franges observable.

Considérons, pour préciser la discussion, le cas particulier où l'on passe de la première à la seconde position principales (translation terrestre parallèle au faisceau incident OX, ou perpendiculaire sur lui).



Les formules de M. Righi (dans lesquelles il suffit de faire successivement $\delta = 0$ et $\delta = -90°$) conduisent immédiatement au résultat suivant : Dans cette rotation de 90°, les centres O_1 et O_2 des deux ondes $M_1O_1N_1$ et $M_2O_2N_2$ subiront séparément, dans le sens de leur propagation, les translations

$$-(y'_1 - y_1) = 2l\rho - 2l\rho^2 \quad \text{et} \quad -(y'_2 - y_2) = 2l\rho.$$

Par conséquent le mouvement relatif des deux ondes comporte une translation relative $2l\rho^2$, combinée avec une rotation relative qui est pratiquement négligeable dans le cas du réglage parfait : On trouve en effet

$$(\varphi'_1 - \varphi_1) = -2\rho^2 \quad \text{et} \quad (\varphi'_2 - \varphi_2) = 0;$$

cette rotation provoque donc, dans la largeur d (quelques centimètres) du faisceau utile, des variations de l'écartement entre les deux ondes au plus égales à $2\rho^2 d$, c'est-à-dire très petites par rapport à leur translation relative d'ensemble $2\rho^2 l$ $\left(l \text{ est la distance } AB_1 = AB_2;\ \rho \text{ le rapport } \frac{v}{V} = 10^{-4}\right)$.

Les deux ondes $M_1O_1N_1$ et $M_2O_2N_2$ se déplacent donc en restant *pratiquement* parallèles entre elles $(\varphi_1 - \varphi_2 = \rho^2)$ et parallèles à leur orientation initiale $(\varphi'_1 - \varphi_1 = -2\rho^2)$, leur écartement variant de façon continue de

$(y_2 - y_1) = l\rho^2$ à $(y'_2 - y'_1) = -l\rho^2$. Il doit en résulter seulement une variation continue, d'ailleurs très faible, de l'intensité résultante du champ lumineux (pratiquement uniforme), avec maximum au moment où, l'écartement passant par zéro, il y a addition complète des deux vibrations synchrones. L'intensité finale (2e position principale) est égale à l'intensité initiale (1re position); le phénomène visible subit une modification nulle au total, avec modifications intermédiaires très difficilement repérables

Supposons, au contraire, qu'on ait réalisé un champ de franges de Fresnel en faisant tourner le miroir plan B_1 d'un angle μ autour d'un axe passant par son centre et parallèle à l'arête du dièdre $B_1 B_2$; l'onde $M_2 N_2$ n'est en rien modifiée, l'onde $M_1 N_1$ pivote autour de son point central d'un angle égal, en première approximation, à 2μ, et coupe l'onde $M_2 N_2$, dans le champ d'observation, suivant une arête Ω qui définit la frange centrale. Les calculs des coordonnées des points centraux O_1 et O_2 donnent encore, dans la translation relative, le terme $2l\rho^2$ (1); le schéma ci-dessus montre immédiatement que cette translation relative entraîne un glissement transversal de l'arête d'intersection (et par conséquent de tout le champ de franges) égal à la fraction $\frac{2l\rho^2}{\lambda}$ d'un intervalle entre franges.

C'est le résultat classique; il découle immédiatement de l'effet de translation relative des deux ondes. En réalité, il est à corriger des effets supplémentaires de rotation relative qui peuvent s'introduire par suite des réglages réels; mais on vérifie facilement que, dans des conditions de réglage tout à fait normales, ces effets de rotation restent pratiquement négligeables vis-à-vis de l'effet de translation, comme ils le sont dans le cas du réglage parfait :

Les deux facteurs d'altération à envisager sont l'ouverture angulaire 2θ non nulle du faisceau incident et le déréglage angulaire μ du miroir B_1. Il suffit d'appliquer la formule simple donnée par M. Righi pour exprimer (d'après le principe de Huygens) la rotation supplémentaire 2ω imposée à un rayon réfléchi par la translation terrestre qui entraîne le miroir réflecteur. En y introduisant les angles θ et μ par les premiers termes de leurs développements, on arrive immédiatement au résultat suivant : Lorsque l'appareil passe de la première à la seconde position principale, la rotation relative des deux ondes $M_1 O_1 N_1$ et $M_2 O_2 N_2$ comprend, outre le terme en ρ^2 du réglage parfait, un terme en $\rho.\theta$ et un terme en $\rho.\mu$. Pour que ces termes soient pratiquement

(1) Auquel s'ajoutent des termes en $l\rho\mu$, $l\mu^2$, ...; leurs divers coefficients dépendent de la position exacte de l'axe autour duquel on a exécuté la rotation μ, mais ils sont tous fonction de μ : *a priori*, ils ne pourraient donc compenser le terme $2l\rho^2$ que pour des valeurs isolées et accidentelles de μ.

négligeables, comme le premier, par rapport à l'effet de translation, il suffit que ϑ et μ soient séparément plus petits que ρ.

Ces conditions sont réalisées si, d'une part, on emploie un collimateur éclairant de distance focale au moins égale à 50^{cm}, muni d'une fente de $\frac{1}{10}$ de millimètre, et si, d'autre part, on réalise, par rotation de B_1, un champ de franges de Fresnel d'écartement entre franges au moins égal à 3^{mm} (pour $\lambda = 5.10^{-5}$). Pour avoir des franges bien nettes, on devra, à cause de l'ouverture angulaire non nulle 2θ, mettre la lunette d'observation au point sur leur plan de localisation.

Les conditions, très peu restrictives, définies ci-dessus, suffisent donc pour que la conclusion classique (c'est-à-dire qu'il devrait se produire un déplacement appréciable des franges), résulte *immédiatement* des formules de M. Righi. M. Langevin a d'ailleurs établi une démonstration générale, dont je n'avais pas eu connaissance, en tenant compte des rotations des divers miroirs (A ; B_1 ; B_2) qui peuvent intervenir, séparément ou simultanément, pour créer un champ de franges observable.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Accélération de la décomposition du peroxyde d'hydrogène par le rhodium colloïdal.* Note de MM. C. **Zenghelis** et **B. Papaconstantinos**, présentée par M. G. Lemoine.

Dans une Note précédente [1], nous avons exposé le procédé par lequel nous avons préparé le rhodium colloïdal dans l'acide protalbinique, et son action catalytique pour la synthèse de l'ammoniac. Nous publions ici les résultats que nous avons obtenus en mesurant son action catalytique sur la vitesse de la décomposition du peroxyde d'hydrogène.

Les solutions étaient les suivantes :

20^{cm^3} perhydrol dilué (1 mol-gr dans 22^l d'eau);
20^{cm^3} soude caustique (1 mol-gr dans 50^l d'eau);
20^{cm^3} de solution colloïdale de rhodium de concentration variée.

La solution de permanganate, servant à la détermination du peroxyde, contenait $0^g,237$ par litre.

Temps (en minutes).....	0.	1.	4.	7.	15.	20.	25
A. Permanganate (cm^3)...	23,02	20,35	14,75	10,45	4,40	1,90	0
	23,15	20,30	14,65	10,4	4,30	1,85	0

Température, 13°. Rhodium : 1 at-g dans 2100^l.

(1) *Comptes rendus*, t. 170, 1920, p. 883.

Temps (en minutes)	0.	1.	30.	60.	120.	180.
B. Permanganate (cm^3)	22,0	20,6	12,7	7,5	2,4	0

Température, 11°. Rhodium : 1 at-g dans 21000^l.

Temps (en minutes)	0.	30.	90.	150.	180.	200.	230.
C. Permanganate (cm^3)	23,05	18,05	10,8	4,6	0,9	0,5	0

Température, 13°. Rhodium : 1 at-g dans 2100000^l.

Nous avons calculé la constante de la vitesse pour les réactions unimoléculaires, d'après la formule $K = \frac{1}{t\,0,4343} \operatorname{Log} \frac{a}{a-x}$, et nous avons trouvé les chiffres suivants :

	Temps.	$a-x$.	K.
A.	15 minutes	4,4	0,1109
	30 »	1,9	0,1250
B.	30 »	12,7	0,0182
	60 »	7,5	0,0175
	120 »	2,4	0,0186
C.	90 »	10,8	0,0082
	150 »	4,6	0,0107
	180 »	0,9	0,01915

Il en résulte que la décomposition, surtout dans les solutions qui ne sont pas très diluées, suit la formule des réactions *unimoléculaires*.

Dans les mêmes conditions, avec le peroxyde ordinaire du commerce, les nombres que nous avons obtenus ne diffèrent presque pas des précédents.

Nous avons étudié la même décomposition, après avoir fait passer un courant d'*hydrogène* dans la solution colloïdale pendant 15 minutes. La réaction, tout en suivant la même formule pour la vitesse, *s'accomplit plus vite*.

Temps en minutes	0.	1.	5.	7.	10.	12.	15.
A. Permanganate (cm^3)	22,4	11,6	1,7	0,85	0,45	0,2	0

Température, 14°. Rhodium : 1 at-g dans 2100^l.

Temps en minutes	0.	1.	5.	10.	15.	30.	60.	90.	105.	120.
B. Permanganate (cm^3)	22,3	20	14,8	13,2	11,6	7,4	4,9	1,7	1,0	0
	24,4	20	14,7	13,1	11,4	7,3	4,5	1,5	0,6	0

Température, 14°. Rhodium : 1 at-g dans 21000^l.

Calcul de K *pour* A.

Temps en minutes.	$a-x$.	K.
5	1,70	0,5155
7	0,85	0,4673
10	0,45	0,3907

Calcul de K *pour* B.

Temps en minutes.	$a-x$.	K.
15	11,6	0,0431
60	4,9	0,0250
105	1,0	0,0295

Si, au lieu d'hydrogène, on fait passer un courant d'*oxyde de carbone* pendant 15 minutes, on obtient également *une accélération de la réaction.*

Temps en minutes...	0.	1.	3.	5.	7.	10.	12.	15.	20.
A. Permanganate (cm^3).	22	12,8	5,4	2,5	10	0,5	0,35	0,2	0
	22,7	12,6	5,2	2,6	10,5	0,5	0,35	0,2	0

Température, 12°. Rhodium : 1 at-g dans 2100^l.

Temps en minutes.	0.	5.	10.	30.	40.	60.	90.	120.	180.	210.	240.
B. Permanganate (cm^3)......	22,3	19,4	16,3	13,3	11,3	8,5	5,9	3,6	1,3	0,4	0
	»	19,5	16,4	13,3	11,3	8,55	5,8	3,6	1,3	0,45	0
	»	20,4	17,1	14	»	8,5	5,4	3,4	1,3	0,3	0

Température, 12°. Rhodium : 1 at-g dans 21000^l.

Calcul de K *pour* A.

Temps en minutes.	$a-x$.	K.
3.....	5,4	0,4791
5.....	2,5	0,4412
7.....	1,0	0,4493
15.....	0,2	0,3156

Calcul de K *pour* B.

Temps en minutes.	$a-x$.	K.
30.....	13,3	0,0172
60.....	8,5	0,0161
90.....	5,9	0,0148
120.....	3,6	0,0152

On pouvait s'attendre plutôt à un retardement, puisque, comme Bredig (1) l'a constaté, l'oxyde de carbone empoisonne la réaction et agit comme un catalysateur négatif.

Mais l'oxyde de carbone, comme nous l'avons exposé dans notre Note précédente (2), se laisse abondamment absorber par le rhodium colloïdal, et son oxydation, par le peroxyde d'hydrogène, s'accomplit en ce cas très vite, de même qu'avec l'hydrogène. De cette façon, l'action retardatrice de l'oxyde de carbone est masquée par son oxydation rapide.

Cette explication est conforme à l'observation déjà faite, que l'oxyde de carbone absorbé par le platine est beaucoup plus actif que l'oxyde de carbone gazeux (3).

(1) *Berichte*, t. 37, 1904, p. 799.
(2) Zenghelis, *Comptes rendus*, t. 170, 1920, p. 883.
(3) Zenghelis, *Zeits. für anal. Chem.*, t. 38, p. 47.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Impuretés du benzène extrait des chlorobenzènes industriels.* Note [1] de M. F. **Bourion**, présentée par M. A. Haller.

Certaines impuretés s'accumulent dans le benzène extrait des chlorobenzènes industriels au point que j'ai pu en saisir de densité inférieure à celle du benzène pur, bien que renfermant 2 pour 100 de chlorobenzène; ce sont ces impuretés qui apportent les troubles observés dans la méthode par enrichissement [2]. Je suis parvenu à les caractériser au moins d'une façon partielle.

En soumettant à la distillation fractionnée 1700^g de l'un de ces benzènes, alourdi par 13 pour 100 de chlorobenzène, et de densité

$$d^4_{13,5} = 0,90953,$$

j'ai obtenu

Fractions...	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
Poids en gr...	288	221	257	243,5	225	108	86	260
$d^4_{13,5}$.......	0,89580	0,89189	0,88746	0,88472	0,88265	0,88050	0,87884	1,05433

Les fractions de tête 1, 2, 3 sont plus denses que le benzène pur de densité $d^5_{13,5} = 0,8855$, tandis que les fractions de queue 5, 6, 7, et probablement 8 alourdies par le chlorobenzène, sont plus légères.

J'ai d'ailleurs constaté que les benzènes condensés à la suite des chloruleurs industriels donnent par distillation des fractions de même allure, mais où les impuretés sont un peu plus concentrées.

Il est au reste impossible de déceler par distillation la présence de ces impuretés dans le benzène vierge qui a servi à la chloruration. Il existe donc dans les benzènes extraits des chlorobenzènes industriels des impuretés plus volatiles que le benzène pur, en moyenne plus lourdes que cet hydrocarbure, et des impuretés moins volatiles et en moyenne plus légères que le benzène.

Dans le but d'extraire les impuretés les plus volatiles, j'ai soumis à la distillation fractionnée une centaine de litres de benzènes des deux origines, après m'être assuré que cette opération était plus avantageuse que la cristallisation fractionnée.

---

(1) Séance du 10 mai 1920.

(2) F. Bourion, *Comptes rendus*, t. 170, 1920, p. 990.

En fractionnant, en quatre parties égales, la fraction 1 précédente, la fraction de tête de densité voisine de 1 ainsi obtenue, soumise elle-même à la distillation, a donné le classement suivant :

Fractions	0.	1.	2.	3.	4.
Intervalle	45°-60°	60°-70°	70°-73°	73°-76°	76°-77°,25
$d^4_{13,5}$	1,165	1,134	1,074	1,018	0,970

Fractions	5.	6.	7.	8.
Intervalle	77°,25-78°,5	78°,5-79°,25	79°,25-80°	Résidu
$d^4_{13,5}$	0,930	0,900	0,890	0,882

Ainsi, après trois distillations, la densité a passé de 0,884 à 1,16 pour certaines fractions, et parallèlement à cet accroissement une odeur de chloroforme extrêmement nette apparaît. J'ai pu caractériser sa présence par la formation d'éthyl ou de phénylcarbylamine et par la décomposition en solution alcaline étendue avec dégagement d'oxyde de carbone (Desgrez).

Afin d'isoler le chloroforme qui bout vers 61°, j'ai rectifié les fractions 1, 2, 3, 4 précédentes et ai ainsi obtenu un intervalle 60°,5-61°,25 de densité 1,277.

Pour éliminer le benzène possible dans cette fraction, je l'ai soumise à la nitration; en étudiant cette opération, j'ai été conduit, pour réaliser une nitration complète de 160g de benzène, à le traiter par un mélange sulfonitrique renfermant 192g,6 d'acide nitrique à 74,36 pour 100 de NO^3H et 320g d'acide sulfurique contenant 94,63 pour 100 de SO^4H^2 et en élevant graduellement la température de 40°-45° à 100°.

La fraction précédente, de densité 1,277, ainsi traitée, s'est montrée exempte de benzène.

Mais en nitrant les fractions 2 et 3 du troisième fractionnement, j'ai réalisé un intervalle

$$54°\text{-}64° \text{ de densité } d^4_{13,5} = 1,301$$

qui, rectifié, a fourni une fraction 60°,5-61°,25 de densité

$$d^4_{13,5} = 1,36,$$

la plus élevée que j'ai atteinte, un peu inférieure à celle (1,49) du chloroforme pur.

Il y a donc à côté du chloroforme une ou plusieurs impuretés légères, que j'ai recherchées en détruisant le chloroforme dans une fraction 60°-61°,25 de densité voisine de 1,13 par la soude ou la potasse aqueuse;

j'ai ainsi obtenu un liquide de densité 0,724 encore souillé par un peu de chloroforme, dont la plus grande partie distille à 70°,5-72°, et qui a donné à la combustion :

	Observé.	Calculé pour l'hexane.	Calculé pour le cyclohexane.
C pour 100.......	84,27	83,72	85,71
H »	15,73	16,28	14,29

D'après cela, il est raisonnable d'admettre que l'impureté légère qui accompagne le chloroforme est l'hexane normal de densité 0,67 et qui bout à 71°,6.

De même, en étudiant les fractions 5, 6, 7 et 8 du premier classement et en les soumettant alternativement à des distillations et à des nitrations, j'ai réalisé le classement suivant :

Fractions...	1.	2.	3.	4.	5.	6.
Intervalles..	montée rapide de 70° à 83°	83°-87°	87°-91°	91°-97°,5	97°,5-101°	101°-102°,5
Poids en gr.	33	82,7	22,3	17,1	97,7	21,4
$d^3_{13.5}$.......	0,8460	0,8369	0,8130	0,7845	0,7483	0,7540

Résidu : 12,5.

L'examen de ce fractionnement montre qu'il y a une substance légère bouillant vers 97°-101°, car de part et d'autre les densités sont plus élevées.

Une nouvelle rectification a donné un intervalle 98°-99°,25 de densité $d^4_{13,5} = 0,7400$; son analyse par combustion a fourni :

	Observé.	Calculé pour l'heptane.	Calculé pour le méthylcyclohexane.
C pour 100.......	84,40	84,00	85,71
H »	15,44	16,00	14,29

Il est naturel d'admettre que l'impureté correspondante est l'heptane normal qui bout à 97°-97°,5 et dont la densité $d_{16} = 0,712$.

Je n'ai pu déceler, du moins en quantité appréciable, la présence d'une autre impureté en deçà et au delà de cet intervalle 98°-99°.

Je n'ai pu caractériser nettement l'origine du chloroforme dans ces benzènes; peut-être provient-il de la chloruration de carbures à chaîne arborescente plus fragiles. Quant à l'hexane et à l'heptane qui existaient, mais à une dose si faible que je n'ai pu les y saisir directement, dans les benzènes primitifs, ils se trouvent dans les benzènes après chloruration, grâce

à un enrichissement dû à leur inertie relative supérieure à celle du benzène.

Ce sont ces impuretés qui apportent les troubles observés pour le benzène dans la méthode par enrichissement; si le chloroforme domine, on a des nombres trop faibles; si ce sont les hydrocarbures, les teneurs sont trop élevées.

CHIMIE MINÉRALE. — *Action prolongée de l'acide carbonique sur les silicates et le quartz.* Note [1] de M. C. **Matignon** et Mlle **Marchal**, transmise par M. H. Le Chatelier.

Dans un Mémoire sur *les conditions de possibilité de certaines réactions formant des systèmes monovariants* [2], l'un de nous a indiqué des règles simples permettant, pour certains types de réaction, de reconnaître immédiatement, si la réaction est possible, quand on connaît l'énergie thermique qui lui correspond.

Par leur application, on arrive à la conclusion que l'acide carbonique doit chasser, à basse température, la silice de ses sels. On a, en effet, d'après M. Le Chatelier [3],

$$SiO^3Ca + CO^2 = CO^3Ca + SiO^2_{quartz} \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 26^{Cal},8.$$

Si la silice au lieu d'être à l'état de quartz, se trouve à l'état de silice hydratée, le nombre précédent $26^{Cal},8$ se trouve encore augmenté de la chaleur d'hydratation. Une telle valeur ne laisse aucun doute sur la possibilité théorique de la réaction.

On sait d'ailleurs le rôle considérable attribué depuis longtemps à l'acide carbonique dans les phénomènes d'érosion.

Nous avons entrepris quelques essais pour nous rendre compte par expérience de l'action de l'acide carbonique sur certains silicates et vérifier en même temps la solubilité de la silice dans une solution carbonique.

Le 9 novembre 1909, on a introduit dans des siphons 2^g de sept substances différentes bien pulvérisées ainsi qu'une solution de gaz carbonique sous la pression de 10^{atm}.

Les siphons contenaient respectivement du quartz et les silicates sui-

---

(1) Séance du 10 mai 1920.

(2) C. Matignon, *Ann. de Chim. et Phys.*, 8e série, t. 14, 1908, p. 5 à 130.

(3) *Comptes rendus*, t. 120, 1895, p. 623.

vants : wollastonite SiO^3Ca, dioptase $SiO^3Cu.H^2O$, mica blanc, talc, amiante, verre.

Ces sept siphons, avec un huitième pris comme témoin, ont été abandonnés à eux-mêmes jusqu'en février dernier, soit pendant 10 ans et 3 mois. On a alors séparé la solution de l'insoluble, déterminé la silice dans cette solution et soumis les silicates à un examen microscopique approfondi. Le volume de la solution était voisin de 900^{cm^3}.

Voici les quantités de silice dosées dans les solutions carboniques, à leur sortie du siphon.

	g
Quartz	0,0118
Wollastonite	0,0870
Dioptase	0,0010
Mica	0,0372
Talc	0,0129
Amiante	0,0148
Verre	0,0116

Le siphon contenant la dioptase a perdu une partie de sa solution et toute sa pression dans les dernières années par suite d'une étanchéité insuffisante. Le siphon témoin a malheureusement été cassé.

M. Cayeux a bien voulu mettre à notre disposition sa haute compétence en micrographie et examiner les substances soumises à cette longue attaque. Voici les résultats de cet examen.

Quartz. — Corrosion visible avec un fort grossissement et un éclairage très oblique, se traduisant par de minuscules cavités irrégulièrement distribuées qui ne troublent pas la limpidité des granules.

Wollastonite. — Tous les éléments sont piquetés de petits points dépolis correspondant à autant de petits points d'attaque.

Mica. — Corrosion apparente des plans de clivage.

Talc. — Corrosion très nette, irrégulière, visible avec un éclairage ordinaire.

Dioptase. — Attaque visible, moins marquée que dans le talc, mais plus apparente que dans le quartz.

Amiante. — Filaments très légèrement dépolis qui témoignent aux forts grossissements et en lumière oblique d'un commencement de corrosion. Attaque plus prononcée que dans le dioptase.

Verre. — Corrosion presque toujours insensible et jamais aussi marquée que dans le quartz.

Malgré la mise hors d'expérience du siphon témoin, qui eût permis de dégager des résultats précédents, la part possible due à l'intervention des

parois des récipients, il est possible, en tenant compte de l'examen microscopique, de tirer quelques conclusions :

1° Tous les silicates et le quartz lui-même ont été plus ou moins corrodés par l'attaque prolongée de la solution carbonique. Les quantités variables de silice passées en solution montrent que cette silice ne peut provenir uniquement des parois en verre des siphons. La surface des grains de verre, par exemple, représentait environ 10 fois la surface du siphon en contact avec la solution.

2° La wollastonite a été le minéral le plus attaqué, l'observation micrographique et l'analyse s'accordent sur ce point. Le carbonate de chaux résultant de la double décomposition était passé en solution sous forme de bicarbonate.

3° Le dioptase, dont l'attaque est manifeste, n'a donné qu'une très faible solution de silice; il semble que la silice préalablement dissoute se soit précipitée en grande partie en même temps que s'échappait le gaz carbonique.

4° Ces expériences paraissent bien confirmer la solubilité de la silice dans l'eau chargée d'acide carbonique. Toutefois ce point mérite un examen plus approfondi.

Nous nous proposons de préciser ces résultats préliminaires par des expériences effectuées à l'abri des causes d'erreur dues à la présence du verre et dans des conditions où la vitesse d'action considérablement augmentée permettra d'obtenir en quelques mois des résultats du même ordre.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Action de l'acide cyanhydrique sur le glucose; réaction de Kiliani.* Note de MM. **J. Bougault** et **J. Perrier**, présentée par M. Émile Bourquelot.

Kiliani [1] a montré que l'acide cyanhydrique agissant sur le glucose donne directement le glucoheptonate d'ammonium; il formule ainsi l'équation de la réaction :

$$\text{(I)} \qquad C^6H^{12}O^6 + CNH + 2H^2O = C^6H^{13}O^6.CO^2NH^4.$$

Depuis, cette réaction a été utilisée fréquemment, notamment par Émil Fischer dans ses recherches sur la synthèse des sucres : elle constitue, en

[1] *Ber. d. d. chem. Gesell.*, t. 19, p. 768.

effet, le premier stade de la série des transformations qui conduisent d'un sucre réducteur au sucre supérieur [1].

Nous avons étudié les conditions expérimentales de la réaction de Kiliani et nous avons reconnu que l'alcalinité ou l'acidité y jouait un rôle capital.

En liqueur acide, même très légèrement, à un taux n'atteignant pas le centième de la normalité en acide chlorhydrique, la combinaison du glucose avec l'acide cyanhydrique n'a pas lieu. En liqueur neutre, la réaction paraît également nulle. Toutefois l'affirmation est ici impossible à cause de la difficulté d'arriver avec certitude à la condition de neutralité imposée. Nous avons, en effet, observé que l'alcalinité du verre suffisait à déclancher la réaction, qui se continue ensuite comme si l'alcali agissait comme catalyseur.

Le rôle du catalyseur resterait obscur si la réaction conduisait simplement au nitrile glucoheptonique; il s'éclaire, au contraire, si l'on admet que ce n'est pas l'acide cyanhydrique, mais le cyanure alcalin qui agit sur le glucose, suivant

$$\text{(II)} \qquad C^6H^{12}O^6 + CNK + 2H^2O = C^6H^{13}O^6.CO^2K + NH^3;$$

on voit qu'il y a mise en liberté d'une quantité d'ammoniaque équivalente à la quantité du cyanure engagé. Cette ammoniaque donne naissance à une nouvelle quantité de cyanure, qui se combine, suivant le même processus, à une nouvelle quantité de glucose, et ainsi de suite.

On s'explique ainsi le rôle de la petite quantité d'ammoniaque (quelques gouttes pour 50^g de glucose) fréquemment introduite par la plupart des auteurs (Kiliani, Em. Fischer, etc.) dans la préparation de l'acide glucoheptonique. On comprend également la pratique d'autres chimistes qui chauffent une petite portion du mélange (acide cyanhydrique et glucose) puis l'ajoutent au reste de la masse, provoquant par ce chauffage la dissolution d'une plus forte quantité d'alcali (enlevé au verre, ou ammoniaque provenant de l'altération de l'acide cyanhydrique) qui accélère la réaction.

Ainsi éclairés par cette étude préliminaire sur le processus possible de la

---

[1] Étant donnée son importance, cette réaction est reproduite dans tous les Traités classiques de Chimie, mais d'une façon qui prête à confusion. Il y est dit, en effet, que l'acide cyanhydrique donne, avec le glucose, le nitrile glucoheptonique, et que ce nitrile, saponifié, conduit à l'acide-alcool correspondant. Or le nitrile en question n'a jamais été obtenu. On ne peut donc le faire intervenir que comme explication théorique de la réaction; et la vérité exige que sa formation et sa saponification hypothétiques ne soient pas présentées comme des faits constatés.

réaction, nous avons été amenés à étudier l'action des cyanures alcalins sur le glucose.

Nous avons immédiatement reconnu que la réaction paraissait se faire très régulièrement suivant l'équation (II), et il nous a paru intéressant d'en faire l'étude cinétique et de vérifier si nous nous trouvions en présence d'une réaction intégralement bimoléculaire.

Nous avons donc fait réagir le glucose et le cyanure de potassium en proportions équimoléculaires et à température constante, c'est-à-dire dans les conditions qui nous permettaient d'appliquer l'équation

$$k = \frac{1}{t}\,\frac{x}{\alpha(\alpha - x)}$$

qui, d'après Guldberg et Waage, régit les réactions de cette espèce. (Nous rappelons que k est la constante de vitesse, α la quantité de chaque substance mise en jeu, et x la quantité de chacune d'elles combinée au bout du temps t.)

La température choisie a été celle de la glace fondante, la plus facile à réaliser pour des expériences de longue durée. Le dosage du cyanure non combiné a été effectué par la méthode de Denigés, à l'azotate d'argent en milieu ammoniacal.

Dans une expérience, nous avons employé $2^{g},455$ de glucose et la quantité équimoléculaire de cyanure de potassium dissous dans l'eau sous un volume total de 200^{cm^3}. En calculant k d'après les chiffres trouvés, voici ce que nous avons obtenu :

Durée de l'expérience.	Valeurs de k.
48 heures	412
72 »	400
96 »	395
120 »	395
144 »	394
192 »	401
216 »	409
240 »	417

Comme on le voit, la constance du facteur de vitesse s'est maintenue parfaite pendant les dix jours qu'a duré l'expérience. La réaction du cyanure sur le glucose s'affirme donc comme une réaction nettement bimoléculaire.

Dans les conditions de l'expérience ci-dessus, la réaction est fort lente; après 10 jours, il restait encore $0^{g},1566$ de glucose non combiné. Mais il est

facile de prévoir, d'après la loi d'action de masse, les conditions qui nous permettront de combiner intégralement une quantité donnée, soit de glucose, soit de cyanure. Il suffira, pour cela, d'employer un excès suffisant de l'un des facteurs pour arriver à la combinaison totale de l'autre, dans un temps relativement court.

GÉOLOGIE. — *Les minerais de fer hettangiens de Bourgogne.*
Note de M. L. Cayeux, présentée par M. H. Douvillé.

La formation des minerais de fer mésozoïques a fait ses débuts en France, à l'époque hettangienne, autour de l'éperon du Morvan. Elle a commencé, au Nord, dans la zone à *Psiloceras planorbe*, et s'est continuée, à l'Est, avec la zone à *Schlotheimia angulata*. Au premier niveau se rapportent les minerais de l'arrondissement de Semur, et, au second, ceux de la région de Nolay. L'exploitation des uns et des autres est aujourd'hui complètement abandonnée.

Du point de vue théorique ces minerais hettangiens présentent un intérêt exceptionnel. Les plus instructifs de tous constituaient le groupe de Thoste au nord du Morvan, dans l'arrondissement de Semur. Eux seuls retiendront notre attention dans la présente Note.

A Beauregard, hameau de Thoste, où se trouvait l'un des centres d'extraction, il existait une couche mesurant de $1^{m},80$ à 2^{m}. Evrard, un des auteurs qui nous ont le mieux renseigné sur le gisement de Thoste, définissait le minerai de Beauregard « un minerai oolithique et calcaire, pétri d'une infinité de coquilles brisées et triturées par la vague... » (1). En fait, c'est un minerai formé de très gros éléments, où l'on croit reconnaître des oolithes ferrugineuses, en nombre variable, toujours accompagnées d'innombrables fragments de coquilles. Sa composition moyenne accusait 35,60 pour 100 d'oxyde de fer et 30,25 pour 100 de chaux.

Au microscope, le minerai de Beauregard revêt une physionomie que ses caractères microscopiques ne font nullement pressentir.

Malgré son aspect détritique, il ne renferme pas un grain de quartz, et, en dépit de son apparence oolithique, les oolithes n'y comptent pas un seul représentant. Tous les éléments, sans exception, ont une origine organique.

---

(1) A. Evrard, *Le plateau de Thoste et ses mines de fer* (*Revue des Mines*, 1867, p. 20).

Ce sont de nombreux restes de *Mollusques*, quelques débris de *Brachiopodes*, une infinité d'articles de *Crinoïdes*, quelques piquants d'*Oursins*, de très rares *Foraminifères*, auxquels il faut ajouter des traces d'*Algues* perforantes, en proportion très élevée.

Les préparations tirées de ce minerai sont de toute beauté, grâce à la prépondérance des restes de Crinoïdes, plus ou moins envahis par l'oxyde de fer. On peut dire que ce groupe forme à lui seul le fond du dépôt. La structure des articles change dans de trop larges limites pour que toute une série de familles et de genres ne soient pas représentés. Quant aux conditions de fossilisation, elles sont non moins diversifiées que la structure. Notons les plus instructives, en passant :

Dans le cas le plus général, le réseau cellulaire est en partie ou en totalité hématisé et tous les vides sont occupés par de la calcite largement cristallisée ; les articles de cette catégorie sont d'une conservation idéale. L'inverse s'observe également, mais avec une moindre fréquence ; c'est-à-dire que le réseau reste calcaire, alors que l'hématite se fixe dans les mailles. Moins souvent les deux modes de fossilisation s'associent dans un seul et même individu. Il arrive encore que des articles ne subissent aucune minéralisation, ce qui implique toujours un remplissage des cellules par de la calcite. Dans ces conditions, la microstructure perd beaucoup de sa netteté. Enfin, l'oxyde de fer se concentre à la fois dans l'épaisseur du réseau cellulaire et à l'intérieur des mailles, engendrant des amas ferrugineux d'importance variable, où la structure caractéristique des articles cesse d'être visible. Développée à l'extrême, cette manière d'être transforme les articles en globules ferrugineux, pleins, lesquels ne trahissent en rien leur origine première. Suivant la règle, la calcite du réseau et celle qui remplit les vides ont même orientation optique. Il n'est pas rare que cette orientation soit imposée à la calcite du ciment voisin.

Un dernier trait est à souligner, en ce qui touche les articles de Crinoïdes : tous, sans en excepter un seul, ont été roulés et usés, au point de réaliser une forme générale globuleuse. Ce sont ces articles minéralisés qui ont toujours été confondus avec des oolithes.

Il résulte de cette brève analyse que le minerai soi-disant oolithique, de Beauregard est tout simplement un *calcaire à entroques hématisé*.

Ce qui est vrai pour les Crinoïdes ne l'est pas moins pour les restes de Mollusques, les débris de Brachiopodes, etc. En sorte que *la totalité de l'oxyde de fer du minerai de Beauregard est un produit de substitution au carbonate de chaux*. Dès l'instant que le fer oxydé a pris la place d'orga-

nismes calcaires parfaitement reconnaissables, cette notion s'impose avec une rigueur absolue. A cet égard, le minerai en question fournit les matériaux les plus démonstratifs que j'aie jamais observés.

Les conclusions qui découlent de l'étude du minerai de Beauregard s'étendent à tous les minerais du plateau de Thoste. En ce qui concerne les minerais de la zone à *Schl. angulata*, situés à l'est du Morvan (minerais de Mazenay), ils se réclament d'une histoire quelque peu différente, en ce sens qu'ils sont à la fois oolithiques et encrinitiques. L'analyse des minerais de Lorraine nous permettra bientôt de rassembler et de mettre en œuvre tous les éléments de cette histoire.

GÉOLOGIE. — *Sur les alternatives des époques glaciaires et interglaciaires durant la période quaternaire.* Note de M. **Ph. Négris**, présentée par M. Pierre Termier.

Depuis que M. A. Penck a démontré que l'envahissement des Alpes par les glaces, au commencement de la période quaternaire, doit être attribué à une augmentation de la température moyenne annuelle, et non à une augmentation des précipitations atmosphériques, le phénomène de l'invasion glaciaire semble devoir s'expliquer définitivement par des phénomènes épirogéniques d'élévation, trahis d'ailleurs par le recul de la mer pliocène, qui baignait la partie méridionale des Alpes. A la même conclusion conduit le changement d'aspect que présente le paysage alpin actuel, comparé à l'aspect préglacial : aspect déchiqueté et juvénile aujourd'hui, aspect sénile avant l'invasion glaciaire.

La retraite définitive des glaces est au contraire consécutive à des mouvements épirogéniques d'affaissements, dont les plus importants ont eu lieu dans l'Océan Atlantique et ont provoqué l'établissement du Gulf-Stream, tandis que la mer envahissait l'Europe soit par le Nord, soit par le Sud : c'est ainsi qu'au Nord la mer Baltique submergeait le fleuve d'Alnarp de la Scanie qui charriait des morceaux d'ambre provenant, sans doute, de la Prusse orientale (*Anthropologie*, 1913, p. 354), tandis que la mer du Nord envahissait le Pas de Calais, et que la mer Adriatique, au Sud, faisait son apparition à une époque qui semble coïncider avec l'époque de Würm; du moins c'est ce que semblent prouver les moraines würmiennes de l'angle sud-est des Alpes, où, comme l'indique M. Penck (*Die Alpen im Eiszeitalter*, p. 1155), elles atteignent les moraines rissiennes, au lieu de se tenir à distance,

comme c'est le cas général : le voisinage de la mer Adriatique, augmentant les précipitations, aurait accru dans cette partie des Alpes la puissance des glaciers würmiens, tandis qu'à l'époque de Riss, rien d'anormal ne se présentant, on doit en conclure que la mer Adriatique n'avait pas encore fait son apparition.

Ainsi édifiés sur les causes de l'invasion originelle et du recul définitif des glaces quaternaires, nous sommes conduits à admettre que les causes des alternatives des époques glaciaires et interglaciaires sont aussi dues à des alternatives de surrection et d'affaissement du sol, et ainsi on s'est justement demandé si le poids des glaces ne déprimerait pas l'écorce, et cela suffisamment pour amener une augmentation de température et la fusion des glaces, et si, à la suite de la fusion et de l'érosion considérable qui accompagne les phénomènes glaciaires, l'écorce allégée ne se soulèverait pas de nouveau, jusqu'à une hauteur où la température moyenne serait assez basse pour reproduire les glaces.

Tout cela bien entendu présuppose une mobilité du sol, qui, d'ailleurs, n'est pas incompatible avec la structure du globe, que l'on admet composé d'une mince écorce solide, reposant sur une masse liquide, et peut-être en certains endroits, où le pendule indique une diminution de la pesanteur, sur un matelas de gaz à haute pression. On sait, en effet, d'après MM. Lœwy et Puiseux (*Comptes rendus*, t. 141, 1905, p. 918), qu'une écorce pareille doit fléchir sous un poids comparable à celui des montagnes.

Dans cet ordre d'idées, on peut se demander quelle est l'amplitude de mouvement nécessaire de l'écorce pour passer d'un climat glaciaire à un climat interglaciaire et réciproquement. Si l'on admet, avec le Bureau des Longitudes (*Annuaire*, 1909, p. 146), que la température diminue de 1° par 180^{m} d'élévation, et, d'autre part, qu'il suffit de 3° à 4° pour passer d'un climat glaciaire à un climat interglaciaire, il faudra que la surrection de l'écorce pour passer de l'un à l'autre soit égale à 600^{m}-700^{m}. D'ailleurs, le poids de glace qui produirait l'effet inverse devrait être égal au poids de ces 600^{m}-700^{m} d'écorce; et, si nous admettons que les densités respectives de la glace d'une part, de la partie supérieure de l'écorce, d'autre part, soient environ dans le rapport de 1 à $2\frac{1}{2}$, l'épaisseur de glace correspondante à l'épaisseur d'écorce ci-dessus devrait être en moyenne $600 \times 2\frac{1}{2}$ ou $700 \times 2\frac{1}{2}$, c'est-à-dire 1500^{m} à 1700^{m}. Ces chiffres paraissent exagérés, bien que, d'après M. Ed. Brückner (*Die Alpen im Eiszeitalter*, p. 607), l'épaisseur des glaces ait atteint 2000^{m} dans la vallée du Rhône.

Mais je n'ai pas tenu compte de l'érosion qui intervient pour une part

importante dans les variations de la surface du sol, en diminuant l'amplitude du mouvement nécessaire, sur la même verticale, pour passer d'une température donnée à une température de 3° à 4° plus basse.

Je n'ai pas non plus tenu compte, dans ce qui précède, de la ténacité de l'écorce; car cette ténacité peut retarder les mouvements de l'écorce, mais ne peut les empêcher; et elle les a, en effet, ralentis. Ainsi s'explique d'une part, la grande durée des périodes glaciaires et interglaciaires; d'autre part, c'est à la rupture de cette ténacité qu'il faut attribuer les dislocations que l'on observe dans les nappes des cailloutis fluvio-glaciaires. Les parties disloquées, d'ailleurs, sont généralement caractérisées par une pente vers l'extérieur du massif montagneux dont elles forment la bordure, ce qui provient, sans doute, de ce que la tendance finale au recul définitif des glaces est causée par l'affaissement général de l'Avant-Pays.

C'est encore à la rupture de la ténacité de l'écorce qu'il faut attribuer les phénomènes sonores (Luftpoff) que l'on perçoit encore aujourd'hui dans l'Avant-Pays alpin, entre l'Iller et la Lech (Penck, *Ibid.*, p. 54), et qui prouveraient que l'écorce continue à travailler.

Cette manière d'interpréter les phénomènes leur assigne un caractère local et explique les divergences qui se présentent d'une région à l'autre, soit quant au nombre, soit quant au synchronisme des alternances glaciaires. Ainsi s'explique encore le fait que les variations périodiques de climat ne se soient pas fait sentir en dehors des régions envahies.

GÉOLOGIE. — *Sur un gisement eifélien du synclinal de la Basse-Loire.* Note de M. G. **Ferronnière**, présentée par M. Pierre Termier.

M. l'abbé Carpentier, professeur à la Faculté libre des Sciences de Lille, a découvert en 1918 un nouveau gisement fossilifère dans une des lentilles de calcaire dévonien situées à l'ouest de Chalonnes (Maine-et-Loire), faisant partie du bord sud du synclinal de la Basse-Loire, et a eu l'amabilité de m'en confier l'étude.

Cette lentille, confondue jusqu'ici avec les calcaires à *Uncites galloisi*, est enclavée dans le Gothlandien et permet d'observer le contact avec ce terrain, constitué en ce point par des schistes à nodules siliceux. Cette dernière roche, en petits fragments plus ou moins anguleux, se retrouve dans le calcaire qui la touche, sur une épaisseur d'environ 20^{cm}. Celui-ci est grisâtre, dur, rempli d'Orthocères avec des lits plus tendres rempli de Tentaculites.

L'ensemble est redressé au delà de la verticale, les schistes étant même renversés par-dessus le calcaire avec pendage vers le Nord-Nord-Est.

J'ai pu déterminer dans le calcaire les espèces suivantes : *Goldius furcifer* Corda sp., *G. canaliculatus* Goldf., *G. thyzanopeltis* Barrande sp., *Phacops Sternbergi* Corda sp., *Cheirurus Sternbergi* Bœck sp., *Cyphaspis Gaultieri* Rou., Coll. rev., *C. convexa* Corda sp., *C. hydrocephala* A. Rœm. sp., *Proetus vicinus* Barrande, *P. unguloïdes* Barrande, *Orthoceras* sp. (cf. *crassum* sens. Sandberger), *O.* cf. *gracile* d'Arch. et Vern., *O.* cf. *minusculum* Barrande, *O. pulchrum* Barrande, *O. analogum* Barrande, *O. pseudocalamiteum* Barrande, *O. calamiteum* Münst., *O.* cf. *loricatum* Barrande, *O. adornatum* Barrande, *O. subannulare* Münst., *O.* cf. *vertebratum* Sandb., *O.* cf. *renovatum* Barrande, *O.* cf. *barbarum* Barrande, *O. capillosum* Barrande, *O. commemorans* Barrande, *O.* cf. *bicingulatum* Sandb., *O.* cf. *apis* Barrande, *Jovellania Davyi* Barrois ? *J. triangularis* d'Archiac sp., *Gyroceras tenue* Barrande, *G. Fritschii* Barrande, *G.* sp. (cf. *modicum* Barrande) *G.* sp. (cf. *Goniatites lituus* Barrande, proparte fig. 6 et 7, pl. X), (*G. lituus* Barrande sp., nec fig. 6 et 7, pl. X), *G. ambigena* Barrande sp., *Agoniatites fecundus* Barrande sp., *A. Dannenbergi* Beyr. sp. ? *Hyolithes columnaris* Barrande sp., *H. hexagonus* Barrande, *H. arcuatus* Barrande, *H.* cf. *costulatus* Barrande, *H.* sp., *Tentaculites Geinitzianus* Richter, *T. acuarius* Richter, *T.* cf. *longulus* Barrande, *T. intermedius* Barrande, *Styliola lævis* Richt. sp., *Craspedostoma* sp., *Umbotropis albicans* Barrande sp., *Natiropsis* sp. ?, *Loxonema* sp. ?, *Macrochilina* sp., *Platyceras* sp., *Hercynella fastigiata* Barrande sp. ?, *Conocardium* cf. *ornatissimum* Barrande, *Lunulicardium tardum* Barrande, *Lunulicardium extensum* Barrande, *Kralovna* cf. *irregularis* Barrande, plusieurs formes à rapprocher des genres *Panenka*, *Sestra*, *Prælucina*, etc., *Strophomena interstrialis* Phill. sp., *Leptæna rhomboïdalis* Whal. ; des fragments de calices et de très nombreux fragments de tiges d'Encrines (parmi lesquels j'ai pu reconnaître *Poteriocrinus Verneuilli* Cailliaud), *Encystys flavus* Barrande sp., *Aulopora conforta* Barrande, *A. alternans* F.-A. Rœmer, *A. Serpens* Goldf. *in* Sandb., *Cladochonus perantiquus* Pocta, *Paterophyllum explanans* Pocta ?, *Orthophyllum bifidum* Pocta ?, *O. pingue* Pocta ?, etc.

Parmi les espèces nouvelles je citerai une coquille cylindrique à apparence de *Bactrites*, mais possédant deux lignes longitudinales à chacune desquelles correspond une ondulation très accentuée de l'ornementation transversale.

Cette faune est remarquable par les Céphalopodes et en particulier par la grande abondance des Orthocères, par l'abondance des Tentaculites et des Crinoïdes, la présence des grands Lamellibranches, des Auloprides, des Pétraïdes ; et, d'autre part, par la rareté, comme espèces et comme nombre d'individus, des Brachiopodes. Elle diffère profondément des autres faunes dévoniennes de la région avec lesquelles elle a fort peu d'espèces communes et présente de frappantes analogies avec les faunes de Bohême.

La liste des espèces ci-dessus mentionnées la rattache à l'Eifélien.

L'étude du gisement confirme pour cette localité l'absence, déjà remarquée, du Dévonien inférieur dans le synclinal de la Basse-Loire, la transgression se faisant ici au Dévonien moyen. Il semble donc qu'en ce point tout au moins un mouvement, qui se place entre le Gothlandien et le Dévonien moyen, ait précédé les plissements hercyniens.

MÉTÉOROLOGIE. — *Sur l'intensité du rayonnement nocturne aux altitudes élevées*. Note de M. A. **Boutaric**, présentée par M. J. Violle.

Nous avons montré (¹) que l'intensité r du rayonnement nocturne par temps clair pouvait être exprimée, en fonction de la température absolue θ_0 de la surface noire rayonnante et de la pression de la vapeur d'eau f_0 au voisinage de cette surface, par une relation de la forme

$$(1) \qquad r = \pi\sigma\theta_0^4 F(f_0),$$

$\pi\sigma$ désignant la constante du rayonnement intégral rapportée à l'ensemble des directions comprises au-dessus de la surface d'émission.

La formule (1) ne fait pas intervenir la pression atmosphérique au niveau du sol, en sorte que, d'après la théorie que nous avons développée pour l'établir, le rayonnement nocture doit être sensiblement le même aux altitudes élevées qu'au niveau de la mer lorsque la température et la pression de la vapeur d'eau ont des valeurs comparables aux deux stations.

C'est là une conséquence en désaccord avec les idées courantes et avec quelques observations effectuées autrefois par M. Ch. Martins sur le grand plateau du mont Blanc et au sommet du Faulhorn (²).

Nous avons fait, du 11 août au 24 août 1919, un séjour à l'Observatoire du pic du Midi (2859^m), afin de comparer les valeurs du rayonnement nocturne à cette altitude élevée avec celles que nous avions observées à Montpellier, sensiblement au niveau de la mer, en 1913 et 1914 et, pendant quelques mois, en 1915.

Pour des valeurs voisines de la température et de la pression de la vapeur d'eau, les rayonnements sont du même ordre de grandeur. C'est ce que nous

---

(¹) A. Boutaric, *Thèse*, Paris, 1918 (voir pages 139 et suivantes).

(²) Ch. Martins, *Annales de Chimie et de Physique*, 3e série, t. 58, 1860, p. 220.

avons vérifié : 1° par des comparaisons directes qui ne sauraient trouver place dans cette Note; 2° en représentant, en fonction de la pression de la vapeur d'eau f_0, le quotient $\frac{r}{\pi\sigma\theta_0^4}$ du rayonnement observé au pic du Midi par l'émission du corps noir à la température absolue θ_0 de la surface rayonnante et nous assurant que la courbe moyenne déterminée par l'ensemble des points se confond avec celle que donnent les observations faites à Montpellier.

Nous avons indiqué dans le Tableau ci-dessous les valeurs : 1° du rayonnement r, de la température centigrade t_0, de la pression de la vapeur d'eau f_0, observées à l'heure h (voisine de 21^h), pendant des nuits sans nuage, au pic du Midi; 2° les quotients $\frac{r}{\pi\sigma\theta_0^4}$; 3° les valeurs de la fonction $F(f_0)$ relative aux observations faites à Montpellier, pour la pression de vapeur f_0 correspondante [1]. *Les valeurs* $F(f_0)$ *ainsi calculées sont voisines des valeurs* $\frac{r}{\pi\sigma\theta_0^4}$ *observées : il n'y a entre elles aucun écart systématique.*

Tableau II.

Dates.	h.	t_0.	f_0.	r.	$\frac{r}{\pi\sigma\theta_0^4}$.	$F(f_0)$.
	h m	° C.	mm			
11 août 1919...	20.24	11,2	4,8	0,161	0,321	0,300
14 » ...	21.0	11,3	5,6	0,138	0,275	0,284
16 » ...	21.0	9,8	2,3	0,170	0,346	0,362
17 » ...	21.0	8,0	2,1	0,168	0,351	0,368
18 » ...	21.15	7,4	5,4 (2)	0,158	0,333	0,292
19 » ...	21.0	10,1	4,2	0,154	0,312	0,312
22 » ...	21.0	7,0	3,4 (3)	0,139	0,294	0,330
23 » ...	21.0	7,9	1,9 (4)	0,154	0,322	0,374
24 » ...	20,50	8,0	3,4	0,150	0,313	0,330

(1) Ces valeurs ont été obtenues par extrapolation de la courbe 36 (*Thèse*, p. 156) qui représente, à Montpellier, les valeurs de $\frac{r}{\pi\sigma\theta_0^4}$ en fonction de f_0.

(2) f_0 passe de $5^{mm},4$ (21^h) à 3^{mm} (24^h), d'où une variation assez brusque qui a pu avoir son effet sur le rayonnement avant d'être constatée par l'hygromètre.

(3) f_0 prend les valeurs successives suivantes : $4^{mm},8$ (18^h); $3^{mm},4$ (21^h); $3^{mm},75$ (24^h); il se peut que la valeur plus faible constatée à 21^h tienne à des conditions accidentelles n'affectant que les couches d'air toutes proches du sol; d'où l'explication de l'écart assez considérable entre $\frac{r}{\pi\sigma\theta_0^4}$ et $F(f_0)$.

(4) f_0 prend les valeurs successives suivantes : $3^{mm},3$ (18^h); $1^{mm},9$ (21^h); $2^{mm},1$ (24^h). Même remarque que précédemment.

MÉTÉOROLOGIE. — *Sur un anémomètre à oscillations électriques.* Note de M. E. Rothé, présentée par M. E. Bouty.

Par ciel couvert ou par temps de brume, ou encore quand les nuages sont bas et nombreux, la détermination de la vitesse du vent par ballon-pilote est impossible.

Pour remédier à l'absence de renseignements, on pourrait élever, au moyen d'un ballon captif ou d'un cerf-volant, un anémomètre-moulinet à contacts électriques, qui transmettrait directement les indications au sol. Par exemple, un circuit électrique serait fermé par l'anémomètre tous les dix mètres de vent et la fermeture serait accusée au sol soit par inscription, soit encore par audition au téléphone. Mais cette méthode simple exigerait l'emploi de deux fils ou, tout au moins, d'un fil supplémentaire ajouté au câble métallique de l'aérostat, dont le *plafond* serait ainsi notablement diminué par le poids du fil; de plus, la manœuvre serait rendue plus difficile par crainte d'enchevêtrement et de rupture des câbles. On aurait pu songer aussi à utiliser un câble de retenue à âme métallique analogue à ceux qui servirent aux ballons d'observation : la construction d'un tel câble à âme de cuivre bien isolée est à peu près irréalisable pour les faibles diamètres de l'ordre de 2^{mm} nécessaires aux petits ballons destinés aux grandes altitudes; les courts circuits y seraient trop fréquents.

Ces divers inconvénients m'ont conduit à imaginer une méthode de transmission permettant de n'utiliser *qu'un seul fil conducteur*, le câble métallique de retenue du ballon. Le principe de cette méthode consiste à se servir du moulinet de l'anémomètre comme d'un interrupteur qui, à chaque contact, met en action un petit émetteur d'oscillations électriques. Cet émetteur est constitué par un vibrateur, shunté par une résistance sans self et dans le circuit duquel on intercale une self S avec un condensateur C en dérivation. Quand le contact de l'anémomètre se produit, le vibrateur fonctionne et, à chacune des interruptions de la lame vibrante, le condensateur se charge et se décharge et le circuit CS est parcouru par des oscillations électriques. Si l'on met un point de ce circuit oscillant en relation avec le câble du ballon, à chaque vibration, celui-ci est parcouru par un train d'ondes.

Au sol, la base du câble est reliée au primaire d'une boîte de réception de T. S. F. Ce primaire est ainsi placé en dérivation sur le treuil qui, lui-

même, est relié au sol par l'intermédiaire d'une self à fer. On accorde le récepteur sur la longueur d'onde de l'anémomètre émetteur défini par la self S et la capacité C. Chaque train d'onde est accusé par la membrane téléphonique qui, pendant les contacts de l'anémomètre, vibre ainsi à l'unisson du vibrateur. En résumé, pendant que le vibrateur fonctionne, le récepteur permet d'entendre un son dont la hauteur est la même que celle du vibrateur. C'est le moulinet de l'anémomètre qui, dans sa rotation, ferme et ouvre le circuit du vibrateur et met celui-ci en action; si le vent produit par minute n contacts de 10^{m} du moulinet n fois par minute, celui-ci fera fonctionner le vibrateur pendant un temps de l'ordre d'une fraction de seconde; on entendra donc n fois par minute le son musical fourni par le trembleur, et la vitesse du vent sera $\frac{10n}{60} = \frac{n}{6}$.

L'anémomètre est fixé à une girouette en aluminium. L'ensemble, dont le premier modèle a été établi par la Direction des Inventions, a été étudié de manière à réaliser le maximum de légèreté. Un support spécial permet à la girouette de s'orienter librement autour du câble sur lequel on fixe seulement une pièce qui sert de tourillon. La girouette oscille également autour d'un axe horizontal. Le vibrateur et la pile sèche qui l'alimente sont contenus à l'intérieur d'une petite carlingue qui forme corps avec les ailes de la girouette. La self et le condensateur sont à l'arrière et servent de contrepoids pour contre-balancer l'action du vent sur le moulinet.

Cette méthode permet de recevoir simultanément au sol les indications de plusieurs instruments disposés à des hauteurs variées le long du câble. En effet, on peut d'abord faire rendre aux vibrateurs un son musical différent afin de distinguer à l'oreille les indications de chaque instrument. Mais on dispose encore d'un meilleur procédé de sélection; en variant la capacité C de chacun des circuits, on dispose de longueurs d'onde différentes (400^{m}, 700^{m}, 1000^{m}, etc.), et l'on sélectionne en accordant le récepteur au sol, comme on règle les émissions de T. S. F. Bien qu'une réception sur galène soit suffisante, on peut se proposer d'amplifier quand l'emploi de ballons en tandem permet d'atteindre des hauteurs supérieures à 3000^{m}.

Ce procédé de transmission est très général; il s'applique, avec des variantes, à la mesure de tous les éléments météorologiques et la possibilité d'avoir simultanément sur le câble plusieurs émetteurs conduit à réaliser à grande hauteur un véritable observatoire donnant, par un seul fil, d'une façon instantanée et continue, des indications au sol par tous les temps.

CHIMIE VÉGÉTALE. — *Sur l'exosmose des principes acides et sucrés de l'orange.* Note de M. G. **André**, présentée par M. L. Maquenne.

Dans les deux Notes que j'ai publiées récemment [1], j'ai étudié les phénomènes relatifs à l'inversion du saccharose chez la pulpe de l'orange soumise à l'action d'un antiseptique. En vue d'un examen plus approfondi des particularités que présente dans le fruit la distribution des principes acides et sucrés, je me suis proposé de déterminer avec quelle vitesse ces deux constituants sont capables de diffuser hors des cellules lorsqu'on immerge les quartiers intacts d'une orange au sein d'une certaine quantité d'eau distillée. Parmi les nombreuses expériences que j'ai effectuées à ce sujet je rapporterai les deux suivantes :

I. Deux oranges ont été décortiquées et séparées en leurs quartiers. Un premier lot, composé avec des quartiers provenant à la fois des deux fruits (pesant $84^g,5$ dans la première expérience et $96^g,1$ dans la seconde), a été examiné de suite : on y a dosé l'acide citrique, les sucres réducteurs et non réducteurs. Le second lot (pesant $85^g,9$ dans la première expérience et $88^g,5$ dans la seconde) a été introduit dans un flacon avec 200^{cm^3} d'eau distillée à laquelle on a ajouté quelques gouttes de toluène. Dans ce liquide, décanté à intervalles fixes, on a procédé aux mêmes dosages; puis on a remplacé chaque fois ce liquide par de l'eau pure. Les résultats ci-joints sont rapportés à 100^g de matière fraîche.

Il résulte de l'inspection de ces deux Tableaux que, si l'on compare les données fournies par les oranges à l'état initial (1er lot) avec celles des produits successifs de la diffusion dans l'eau distillée des principes solubles du suc (2e lot), on trouve une constance assez remarquable du *rapport entre l'acide citrique et la somme des matières sucrées*. Ces deux sortes de principes paraissent donc abandonner les cellules de la pulpe dans les mêmes proportions : comme si, mélangés plus ou moins intimement, ils possédaient, au moins en présence d'un antiseptique, une même vitesse de diffusion hors des cellules.

---

(1) *Comptes rendus*, t. 170, 1920, p. 126 et 292.

	Acide citrique.	Sucres réducteurs.	Sucres non réducteurs.	I (¹).	II (²).
Première expérience.					
Premier lot, *état initial*	g 1,405	g 3,159	g 2,598	0,24	0,82
Deuxième lot, I, après 7 jours...	0,403	0,982	0,724	0,23	0,73
» II, » 14 » ...	0,300	0,698	0,475	0,25	0,68
» III, » 21 » ...	0,212	0,501	0,379	0,24	0,75
» IV, » 28 » ...	0,160	0,411	0,279	0,23	0,67
» V, » 35 » ...	0,111	0,261	0,165	0,26	0,63
» VI, » 42 » ...	0,083	0,209	0,126	0,24	0,60
» VII, » 49 » ...	0,070	0,167	0,106	0,25	0,63
» VIII, » 56 » ...	0,047	0,116	0,077	0,24	0,66
Pulpe à l'état final	0,154	0,349	0,303	0,23	0,86
Total	1,540	3,694	2,634	0,24	0,71
Deuxième expérience.					
Premier lot, *état initial*	1,848	3,038	2,678	0,32	0,88
Deuxième lot, I, après 5 jours...	0,705	0,715	0,501	0,58	0,70
» II, » 10 » ...	0,282	0,542	0,349	0,31	0,64
» III, » 15 » ...	0,277	0,403	0,264	0,41	0,65
» IV, » 20 » ...	0,179	0,333	0,246	0,30	0,73
» V, » 25 » ...	0,112	0,223	0,151	0,29	0,67
» VI, » 30 » ...	0,116	0,220	0,146	0,31	0,66
» VII, » 35 » ...	0,090	0,159	0,113	0,33	0,71
» VIII, » 40 » ...	0,064	0,118	0,077	0,32	0,65
» IX, » 45 » ...	0,055	0,096	0,078	0,31	0,81
Pulpe à l'état final	0,314	0,572	0,456	0,30	0,79
Total	2,194	3,381	2,381	0,38	0,70

II. Le rapport $\frac{\text{saccharose}}{\text{sucres réducteurs}}$ présente également un certain degré de constance. En outre, il s'est produit pendant l'exosmose une notable inversion du saccharose, moins marquée cependant que celle que j'avais observée dans le cas des quartiers d'orange intacts maintenus pendant 4 mois en présence d'un antiseptique. Si, en effet, on prend la moyenne du précédent rapport chez les diffusions successives, I à VIII, de la première expérience, on trouve 0,67. Or ce rapport, chez l'orange à l'état initial, est égal à 0,82.

(¹) I. $\frac{\text{Acide}}{\text{Somme des sucres}}$. — (²) II. $\frac{\text{Saccharose}}{\text{Sucres réducteurs}}$.

Il en résulte que 18,3 pour 100 du saccharose initial ont été invertis. De même, la moyenne des rapports des diffusions successives, I à IX, de la seconde expérience est égal à 0,69; tandis que le même rapport, chez l'orange à l'état initial, est égal à 0,88 : donc 21,6 pour 100 du saccharose initial, chiffre voisin du précédent, ont été invertis pendant la diffusion. D'ailleurs, si l'on opère, *in vitro*, avec des liqueurs contenant de l'acide citrique et du saccharose sous des degrés de dilution comparables à ceux que l'on observe dans quelques-uns des stades de la diffusion, on trouve des résultats analogues à ceux qui viennent d'être signalés. La vitesse de l'hydrolyse décroît, pour une même durée de contact, quand la dilution augmente; elle croît avec cette durée pour une même dilution. Les liqueurs suivantes renfermaient, dans 100$^{cm^3}$ d'eau : I. acide citrique, 0^g,168; saccharose, 0^g,299; — II. acide, 0^g,119; saccharose, 0^g,190; — III. acide, 0^g,094; saccharose, 0^g,168; — IV, acide, 0^g,069; saccharose, 0^g,118. :

Durée de l'expérience.	Sucre de canne disparu (en grammes).				Sucre de canne disparu pour 100 du sucre contenu dans la liqueur initiale.			
	I.	II.	III.	IV.	I.	II.	III.	IV.
6 jours.....	0,062	0,032	0,026	0,017	20,73	16,84	15,47	14,40
13 jours.....	0,107	0,047		0,027	35,78	24,73		22,88

ANATOMIE VÉGÉTALE. — *Dans la tige des Graminées, certains faisceaux libéroligneux longitudinaux peuvent être des faisceaux gemmaires*. Note de **M. P. Bugnon**, présentée par M. Guignard.

L'appareil conducteur de la tige des Graminées offre à considérer deux catégories de faisceaux libéroligneux au point de vue de leur course : des faisceaux longitudinaux et des faisceaux transverses, ces derniers existant seulement aux nœuds.

Les faisceaux longitudinaux ne sont, en définitive, que le prolongement vers le bas des faisceaux foliaires; ce sont, autrement dit, des faisceaux *de trace foliaire*. Les faisceaux transverses, comme je l'ai rappelé dans une Note antérieure ([1]), ont été diversement interprétés, et j'ai pu montrer, en particulier, comment certains faisceaux de trace foliaire, longitudinaux pendant une partie de leur parcours dans le chaume, pouvaient brusquement s'infléchir et devenir transverses au niveau d'un nœud.

([1]) P. Bugnon, *Origine des faisceaux libéroligneux transverses formant un lacis aux nœuds des Graminées* (*Comptes rendus*, t. 170, 1920, p. 671).

L'on s'accordait toutefois, jusqu'ici, à regarder comme localisés aux nœuds, avec un parcours uniquement transverse, les faisceaux *gemmaires*, c'est-à-dire les faisceaux de trace foliaire qui pénètrent d'un bourgeon dans la tige sur laquelle il s'insère. L'expression de cette opinion unanime peut être trouvée, par exemple, dans le *Traité de botanique* de Van Tieghem (2e édition, 1891, p. 764) : « Dans les Graminées, les nombreux faisceaux émanés de la branche s'enfoncent horizontalement au nœud à travers le cylindre central en passant entre les faisceaux verticaux de la tige, auxquels ils s'unissent çà et là ».

L'objet de cette Note est de montrer que des faisceaux gemmaires peuvent présenter une course longitudinale comparable à celle des faisceaux de trace foliaire propres à la tige support.

Le cas suivant, qui me servira ici d'exemple, m'a été fourni par le *Poa annua* L. Les figures 1, 2, 3, 4 représentent des coupes transversales pratiquées dans la région inférieure de l'inflorescence; elles ont été choisies dans une série de coupes de 10^{μ} d'épaisseur, obtenues au microtome après inclusion dans la paraffine.

La figure 1 correspond à une coupe passant au-dessus du nœud des deux branches A et B, ayant chacune un faisceau (*a*, *b*); l'axe principal, au

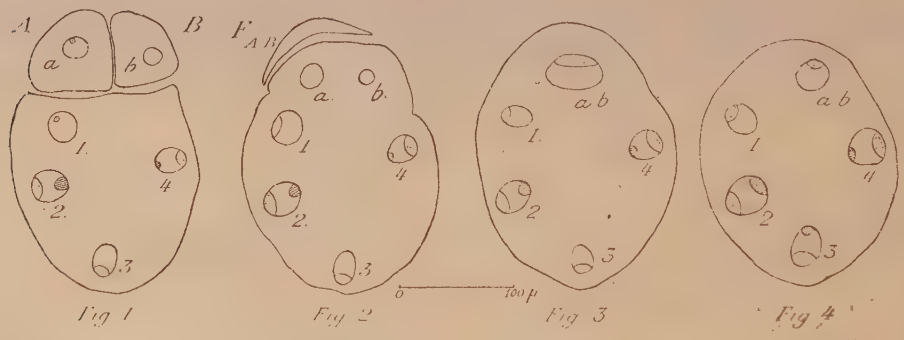


Fig. 1, 2, 3, 4. — Coupes transversales de tige de *Poa annua* L., passant dans la région du nœud de base de l'inflorescence. Gr. : $\frac{300}{2}$. Dessins exécutés à la chambre claire. Le bois des faisceaux libéroligneux est figuré par des hachures; le liber, par du pointillé.

même niveau, présente quatre faisceaux, que je numéroterai 1, 2, 3, 4, ces nombres ne préjugeant en aucune façon de l'importance ni de l'origine des faisceaux qu'ils servent à désigner.

La figure 2 représente une coupe, séparée de la précédente par l'épaisseur d'une autre, et coïncidant avec le nœud d'insertion des deux branches. Les faisceaux *a* et *b* y restent distincts. On aperçoit, d'autre part, l'indication

de la feuille axillante de ces branches, F_{AB}, réduite à une courte écaille sans faisceaux.

La coupe qui suit immédiatement celle de la figure 2, et dont la figure 3 donne le détail, correspond au nœud de la feuille F_{AB}; les deux faisceaux *a* et *b* se sont fusionnés en un seul, le faisceau anastomotique *ab*.

L'étude des coupes qui viennent ensuite, et qui intéressent l'entre-nœud immédiatement inférieur, permet de constater la persistance du faisceau gemmaire *ab*; son parcours est ainsi parfaitement longitudinal, au moins dans l'entre-nœud situé au-dessous du niveau où il a pénétré dans la tige. La figure 4 représente une coupe de cet entre-nœud, prise à 30^{μ} au-dessous du nœud.

En conséquence, dans la tige des Graminées, les faisceaux libéroligneux longitudinaux, comme les faisceaux transverses, peuvent appartenir soit à la catégorie des faisceaux de trace foliaire, soit à celle des faisceaux gemmaires.

PSYCHOLOGIE PHYSIOLOGIQUE. — *De la variation de l'énergie liminaire en fonction de la durée d'excitation pour la vision périphérique* (Loi des cônes et loi des bâtonnets). Note de M. **Henri Piéron**, présentée par M. Charles Richet.

Dans une Note précédente (¹), j'ai montré que l'énergie lumineuse (produit, par le temps, de l'intensité évaluée en multiples du seuil de base pris pour unité) correspondant au seuil de la sensation, variait en fonction de la durée d'excitation rétinienne, pour le centre de la *fovea*, suivant une loi complexe : aux temps relativement longs, le seuil ne changeant pas, l'énergie décroît comme la durée d'excitation, c'est-à-dire, si l'on inscrit les durées en abscisse et les énergies en ordonnée, suivant une droite rejoignant l'origine, celà, jusqu'à une durée (un peu supérieure à 3 secondes) qui représente la limite de sommation temporelle ; à partir de ce point, et la sommation s'effectuant, le seuil s'élève, mais l'énergie décroît suivant un arc de cercle de grand rayon, dont la corde est représentée par la loi approchée de Blondel et Rey ($it = a + bt$), jusqu'à une certaine durée, pour laquelle l'énergie est minima; aux temps plus courts, l'énergie croît au contraire, au fur et à mesure de la décroissance de la durée d'excitation (voir la figure publiée dans la Note précédente).

(¹) *Comptes rendus*, t. 170, 1920, p. 525.

La loi de variation, pour la *fovea*, s'est montrée sensiblement identique dans l'adaptation à la lumière et dans l'adaptation à l'obscurité (lumière blanche). Mais, en agissant sur le centre de la *fovea*, on sait ne mettre en jeu que les cônes, puisque ces éléments récepteurs existent seuls dans la région rétinienne excitée. J'ai donc procédé à de nouvelles expériences pour atteindre isolément les cônes et les bâtonnets.

J'ai refait, suivant la même technique, les déterminations de seuil pour diverses durées d'excitation, en utilisant une surface lumineuse située, dans un grand cercle du champ faisant avec l'horizontale un angle de 30°, à 20° du centre de la *fovea*, sur l'arc supérieur, soit du côté nasal, soit du côté temporal (quadrant rétinien inféro-externe ou inféro-interne). La surface lumineuse (cercle de 2^{mm} de diamètre, à 105^{cm} de distance de la surface antérieure de l'œil) couvrait sur la rétine un cercle d'environ 27^{μ} de diamètre.

Étant donné que la sensibilité des bâtonnets (pourpre) s'étend largement vers les radiations de courte longueur d'onde, avec maximum du côté du bleu, et ne s'étend pas jusqu'au rouge extrême, tandis que celle des cônes s'étend peu au contraire du côté des courtes longueurs d'onde, et, avec maximum vers le jaune orangé, atteint le rouge extrême, j'ai utilisé, tantôt des radiations bleues, grâce à une filtration par l'écran bleu 4 de Monpillard, tantôt des radiations rouges, grâce à une filtration par les deux écrans rouge pourpré et rouge 3 de Monpillard [1].

Dans ces conditions, j'ai pu établir la courbe de variation de l'énergie liminaire, pour les bâtonnets d'une part, seuls excités par la lumière bleue dans les conditions d'expérience, et pour les cônes périphériques de l'autre, seuls excités par la lumière rouge.

Voici les résultats obtenus, entre la durée d'excitation correspondant à la limite de sommation (à partir de laquelle le seuil de base est atteint), et la durée la plus courte pour laquelle les déterminations ont pu être faites :

---

(1) Avec les deux écrans rouges, toutes les radiations visibles supérieures à $650^{\mu\mu}$ traversent, mais diminuées du côté de cette limite, les radiations dominantes étant dans le rouge extrême, et aucune autre radiation visible ne passe. Avec l'écran bleu, les radiations visibles qui traversent débutent vers $500^{\mu\mu}$, et s'étendent largement dans le violet, au delà de $420^{\mu\mu}$; en outre, il passe une faible partie des radiations rouges extrêmes, mais en quantité telle que, dans les conditions d'expérience, elle reste très au-dessous du seuil et n'intervient donc pas.

Lumière rouge.		*Lumière bleue.*	
Durée d'excitation (σ).	Énergie liminaire.	Durée d'excitation (σ).	Énergie liminaire.
3600	3600	800	800
3200	3264	600	718
2400	3024	400	585
1600	2480	320	512
800	1384	240	437
531	1062	210	383
400	976	160	344
177	681	140	278
118	693	75	231
62,4	383	38,5	146
31,2	369	31,2	137
20,8	527	21	134
10,4	586	10,5	116
5,2	674	5,25	111
		3	109
		2	101
		1,5	115
		1	127
		0,5	179

La courbe de variation de l'énergie liminaire en fonction de la durée d'excitation, avec la lumière rouge, est superposable à celle qui a été obtenue, avec la lumière blanche, en vision fovéale. C'est la courbe caractéristique de l'excitation des cônes rétiniens, centraux ou périphériques, avec limite de sommation un peu supérieure à 3 secondes, et minimum d'énergie aux environs de $0^{sec},030$. La valeur de ce minimum est seulement un peu plus élevée, par rapport au seuil de base, pour les cônes périphériques que pour les cônes fovéaux (370 au lieu de 260 environ).

Pour la lumière bleue, l'allure générale de la courbe de variation est bien encore la même; c'est la même loi générale qui s'applique donc aux bâtonnets et aux cônes, mais avec des constantes de temps bien différentes : La limite de sommation, pour les bâtonnets, se place aux environs de $0^{sec},800$, soit une durée 4 fois plus courte que dans l'excitation des cônes; le minimum d'énergie, d'autre part, correspond à une durée d'excitation 10 fois plus brève, environ ($0^{sec},002$ à $0^{sec},003$); enfin le minimum d'énergie, par rapport au seuil de base, est notablement plus bas, 3 à 4 fois moindre, ce qui indique que les bâtonnets, après adaptation à l'obscurité, ont une sensibilité supérieure à celle des cônes, d'autant plus que la durée d'exposition est plus brève.

Si nous évaluons les intensités d'après l'ouverture de l'œil de chat du photoptomètre, et faisons égale à 1 l'ouverture correspondant au seuil de l'excitation bleue pour chaque durée d'excitation, les intensités correspondant au seuil de l'excitation rouge atteignent les valeurs suivantes :

Durée (σ)........	800	400	177	31	5,2
Intensité liminaire.	90	86,7	103	140	315

Cela implique que le processus périphérique d'excitation par la lumière est notablement plus rapide pour l'excitation des bâtonnets que pour celle des cônes : la différence des intensités liminaires est plus de 3 fois plus grande à $0^{sec},005$ qu'à $0^{sec},800$.

PHYSIOLOGIE. — *Réflexes provoqués par l'irritation des premières voies respiratoires. Action sur les échanges généraux de l'organisme.* Note [1] de MM. **André Mayer**, **H. Magne** et **L. Plantefol**, présentée par M. Henneguy.

Lorsque les gaz irritants pénètrent dans les premières voies respiratoires, ils provoquent une série d'effets réflexes.

Pour les étudier, il faut les isoler de l'ensemble des réactions respiratoires et, pour cela, faire porter l'action de la vapeur irritante sur les premières voies seulement. Nous avons, pour y parvenir, employé des dispositifs qui permettent de faire respirer à l'animal de l'oxygène pur, tout en faisant circuler dans ses premières voies respiratoires isolées un mélange exactement titré d'air et de gaz nocif; un artifice permettait de faire commander l'aspiration du mélange par les mouvements respiratoires de l'animal lui-même qui, tout en respirant de l'oxygène par les poumons, faisait circuler dans ses premières voies une quantité de mélange nocif exactement égale à celle de cet oxygène inhalé par lui.

Les gaz irritants agissent tout d'abord sur la muqueuse nasale et leur premier effet est de déterminer un réflexe déjà signalé et étudié par François-Franck et par Marchena : c'est un arrêt respiratoire dû à la cessation des mouvements externes et internes de la respiration, un ralentissement du cœur dont les battements deviennent très rares, et une vasoconstriction générale mais particulièrement splanchnique. On peut s'assurer de ces faits, comme l'ont fait les auteurs précédents, en enregis-

(1) Séance du 3 mai 1920.

trant les mouvements respiratoires et circulatoires par la méthode graphique. On peut aussi les mettre en évidence par des méthodes différentes. Par exemple, si l'on mesure la ventilation, ou quantité d'air débité par les poumons, au moyen de dispositifs Chauveau-Tissot, on voit que chez le lapin, dont on irrite les premières voies, la ventilation peut tomber de $2^{l},893$ en 5 minutes à $0^{l},241$, de $3^{l},600$ à $0^{l},590$, de $3^{l},886$ à $0^{l},301$. En même temps, si l'on mesure la durée d'une révolution circulatoire par la méthode de Stewart, on voit qu'elle passe de $2''\frac{3}{5}$ à $18''$; de $2''\frac{1}{5}$ à $20''$, etc.

Ce phénomène d'arrêt respiratoire et circulatoire ne se produit plus si l'on cocaïnise les premières voies ou si l'on coupe les nerfs trijumeaux avant le passage du gaz nocif. Il s'agit donc de réflexes dont le point de départ est dans l'irritation des terminaisons de ces nerfs. Les phénomènes se produisent encore sur l'animal anesthésié par le chloralose.

Les différentes espèces animales ont une sensibilité des premières voies et, partant, une aptitude à présenter les réflexes d'arrêt extrêmement inégale. Nous nous sommes assurés, par des mesures précises, que le lapin et le cheval sont parmi les animaux les plus sensibles, le chien parmi les moins sensibles.

Lorsqu'on choisit un animal sensible et qu'on dispose d'un gaz particulièrement irritant, l'excitation peut être telle que l'arrêt respiratoire est définitif. Le cœur continue à battre, mais malgré la respiration artificielle aussitôt pratiquée et continuée longtemps (15-20 minutes), nous n'avons jamais vu reparaître les mouvements respiratoires spontanés. *La mort survient par syncope respiratoire irrémédiable.* Il est donc des circonstances où l'irritation des terminaisons nasales du trijumeau peut déterminer la mort. Si la dose de gaz nocif n'est pas massive, son action peut être prolongée pendant un temps très long (une demi-heure, par exemple). Pendant tout ce temps, les réflexes qu'il provoque peuvent persister.

Ces phénomènes respiratoires et circulatoires ne sont pas les plus remarquables de ceux que détermine l'irritation des premières voies.

Le phénomène le plus important est le suivant :

Pendant tout le temps qu'on irrite les premières voies, l'oxygène consommé par l'animal et l'acide carbonique produit par lui diminuent dans des proportions considérables.

Voici des exemples de ce phénomène observé sur le lapin :

TABLEAU I.

Minute.	Ventilation en 5′ (lit. à 0°,760).	O^2 consommé (cm³).	CO^2 produit (cm³).
0	3,886	93	89
7	0,301	7	7
15	0,245	7	6
32	0,236	13	12
39	1,790	78	89
47	2,120	67	76

Passage de gaz irritant (Cl) dans les premières voies de la minute 5 à la minute 35.

TABLEAU II.

Minute.	Ventilation en 5′ (lit. à 0°,760).	O^2 consommé (cm³).	CO^2 produit (cm³).
0	2,947	118	87
7	2,832	123	96
14	1,382	62	48
19	1,584	66	67
30	1,382	66	71
37	2,799	106	120

Passage de gaz irritant (Cl) dans les premières voies de la minute 12 à la minute 35.

Ainsi l'irritation des terminaisons du trijumeau peut abaisser, pendant une demi-heure, les échanges gazeux à une petite fraction de leur valeur normale. Ce phénomène est à rapprocher de celui qu'a observé M. Charles Richet sur les oiseaux plongeurs, mais il est ici beaucoup plus marqué. Il n'est pas sous la dépendance du ralentissement circulatoire : si l'on coupe les vagues, l'irritation ne produit plus le ralentissement du cœur, mais la diminution des échanges persiste. Il s'agit bien d'une diminution réelle des échanges généraux et non des échanges respiratoires seuls.

En effet, l'analyse du sang montre que, pendant tout le temps que dure l'action réflexe, la quantité d'oxygène contenue dans le sang ne diminue que très peu et que la quantité d'acide carbonique du sang ne s'accroît pas.

Voici un exemple de ce fait observé chez le lapin :

Temps en minutes.	Gaz du sang : O^2 à 0° (cm^3 p. 100).	Gaz du sang : CO^2 à 0° (cm^3 p. 100).	Ventilation (litres).
1	16,2	23,2	1,600
4	début du passage de gaz irritant dans les premières voies		
8	15,2	25,2	0,460
12	14,0	20,1	0,575
17	14,3	29,2	0,650
20	fin du passage		
23	12,8	24,2	0,950
33	11,3	24,9	0,900
63	13,0	29,3	1,025

L'irritation des terminaisons du trijumeau, chez certains mammifères sensibles, a donc pour effet de provoquer, pendant plus d'une demi-heure, une diminution réflexe des échanges généraux de l'organisme, qui peut les abaisser à une valeur très faible par rapport à la normale.

PHYSIOLOGIE. — *Équilibre azoté et carence de vitamines.* Note de MM. A. **Desgrez** et H. **Bierry**, présentée par M. d'Arsonval.

L'organisme, pour son entretien, réclame une quantité déterminée d'énergie et exige, en outre, certaines espèces chimiques. Si l'apport alimentaire satisfait à ces deux ordres de besoins, quantitatifs et qualitatifs, s'il suffit à couvrir la dépense de l'organisme et à le maintenir à son état initial, il constitue la *ration d'équilibre*. Déterminer cette ration revient ainsi à fixer l'ensemble des besoins auxquels elle correspond ; mais comme la notion du besoin est liée à celle d'équilibre, la définition que l'on donne de celui-ci détermine le sens qu'il convient d'attribuer à celui-là. En général, on se borne à constater, chez l'adulte, l'invariabilité du poids et de la composition chimique, du moins en ce qui concerne l'azote, pris comme critérium. Bien que très légitime, cette méthode n'a pas une valeur absolue, car, sans aucun doute, l'équilibre azoté réalise une condition fondamentale, mais une condition seulement de l'équilibre total.

De ce point de vue, envisagé seul pour cette fois, il y a lieu de rechercher si l'*équilibre azoté* n'est pas susceptible d'être influencé par la nature des aliments, et si, dans une ration brute, de valeur calorifique suffisante et contenant les espèces indispensables, il n'est pas nécessaire que les *éléments constituants* figurent suivant *certains rapports*, variables avec leur structure et leur fonction chimique, pour que l'animal puisse tirer un parti conve-

nable des matériaux apportés. Cela revient à rechercher en quelles limites des principes alimentaires *isodynames* peuvent être *isotrophiques*.

Cet équilibre peut se réaliser, pour un temps au moins, chez l'animal prenant une nourriture riche ou déficiente en vitamines. Nous n'envisagerons aujourd'hui que ce dernier cas. Pour effectuer nos recherches, il nous a paru indispensable de soumettre des animaux (au repos et à une température extérieure constante) à un régime synthétique approprié. Des rats adultes, mâles, furent mis à une diète composée de sels, d'eau, d'albumine d'œuf (1), de sucres *purs* (saccharose, lactose, *d*-fructose) et de graisses *préparées et exemptes d'azote :* graisse de lard, de mouton, de bœuf (2). Il était tenu compte, dans le bilan, de l'apport en sucres fourni par l'albumine elle-même.

Le bilan azoté a été suivi pendant 30 et 40 jours. Les dosages d'azote étaient faits par la méthode de Kjeldahl (destruction en présence de SO^4Cu et SO^4K^2; distillation à l'appareil de Schlœsing). La distribution des rations évaluées très exactement, la pesée des animaux, la récolte des excreta avaient lieu à heure fixe, chaque jour. Le poids de l'albumine de chaque ration était déduit du poids de l'azote d'entrée. Le dosage de l'azote de sortie portait sur les excreta de 24 heures détruits en une seule fois. La température ambiante était maintenue entre 10° et 11°.

Les sels restant fixes, nous avons fait varier, dans une ration sensiblement de même valeur énergétique, la proportion des trois éléments, albumines, sucres et graisses, de façon à maintenir constant le poids de l'animal et assurer l'équilibre azoté. Nous avons recherché dans quelles conditions le minimum d'azote pouvait être atteint.

Tout d'abord, si l'on fait passer brusquement un rat d'un régime ordinaire au régime synthétique renfermant une forte proportion d'albumine et de graisse par rapport au sucre, l'animal perd rapidement du poids vif et de l'azote. Si l'on abaisse alors l'apport en albumine et en graisse et si l'on élève la proportion de sucre, l'équilibre azoté est rapidement atteint.

---

(1). Albumine d'œuf globale, coagulée par la chaleur. Nous avons dû renoncer à porter à haute température l'albumine en présence de divers sucres, en raison de la formation de corps mélanoïdiques susceptibles de produire le dégoût chez les animaux et le bloquage partiel de groupements importants (Roxas) dans la molécule protéique.

(2) Une telle diète, ainsi qu'il ressort de recherches sur les animaux adultes ou en croissance, ne peut renfermer que de petites quantités de facteur A. Les facteurs B et C (Mc. Carrison) y font défaut. De plus, les animaux ne pouvaient manger leurs excréments.

Le *rôle fonctionnel chimique* des *sucres* se manifeste rapidement, en particulier dans le cas du *lévulose*.

En laissant les rats s'adapter progressivement à la nourriture synthétique contenant les éléments en proportions convenables, on peut, en évitant la constipation, conserver des animaux en équilibre azoté pendant 25 et même 35 jours, avant de voir éclater les accidents d'avitaminose sur lesquels nous reviendrons. Ainsi l'équilibre azoté a pu être assuré, chez un même rat (190^g), successivement pendant trois périodes de 8 jours avec les rations suivantes, comprenant, par gramme de rat et par jour :

1° $0^g,009$ d'albumine; $0^g,02$ de sucres (saccharose 95 parties, lactose 5 parties) et $0^g,019$ de graisses (1 partie graisse de lard, 0,5 partie graisse de mouton);

2° $0^g,008$ d'albumine; $0^g,018$ de sucres (même composition qu'en 1°) et $0^g,02$ de graisses (1 partie graisse de lard, 1 partie graisse de bœuf, 0,5 partie graisse de mouton);

3° $0^g,0046$ d'albumine; $0^g,022$ de sucres (lévulose 50 parties, lactose 4 parties, saccharose 46 parties) et $0^g,019$ de graisses (de même composition qu'en 2°).

Conclusions. — Des rats peuvent être maintenus, un certain temps, en équilibre azoté, avec un régime déficient en vitamines, pour des proportions d'albumines, de graisses et de sucres variables dans une ration de valeur énergétique donnée et suffisante. Le minimum de chacun de ces trois éléments est conditionné par la nature chimique et le rapport des deux autres éléments. Le minimum d'azote est atteint quand un sucre est présent, à un certain taux, dans la ration.

CYTOLOGIE. — *Le nombre des chromosomes chez les têtards parthénogénétiques de grenouille.* Note de M. R. **Hovasse**, présentée par M. Yves Delage.

Brachet et, plus récemment, Lœb [1] ont reconnu, chez les embryons de grenouille obtenus par le procédé Bataillon, un nombre de chromosomes supérieur au nombre réduit de l'espèce, et voisin du nombre diploïde.

Un élevage d'embryons de *Rana temporia*, obtenus de même, me permet de confirmer et de préciser cette donnée.

---

(1) *Further experiments on the sex of parthenogenetic Frogs* (*Proc. of national Ac. of Sc.*, 1918).

L'étude cytologique d'un premier têtard, âgé de 18 jours, m'a donné tout d'abord un nombre de segments chromatiques voisin du nombre normal ($2n = 24$) soit 24, 24, 26, 27. Un second, âgé de 50 jours, à quelques jours de la métamorphose, m'a fourni des nombres comparables : 24?, 25 à 27, 27, 27. Ces numérations étaient faites sur des couronnes équatoriales où les chromosomes sont longs et enchevêtrés, et je n'opérais que sur coupes de 3^{μ} d'épaisseur. Dans de telles conditions, chaque mitose comprenant trois coupes, une erreur *en plus* est inévitable. J'ai essayé alors, comme contrôle, de faire quelques numérations sur l'épiderme caudal étalé. Malgré la petitesse des mitoses, j'ai obtenu avec certitude les nombres suivants : 22 ou 23, 23 ou 24, 24 ou 25, 24 ou 26.

Ces deux têtards étaient d'aspect identique à celui des témoins fécondés dont ils ne différaient que par une taille plus faible (environ de $\frac{1}{3}$). Leurs tissus, au moins pour ce qui concerne la dimension des cellules et noyaux, sont tout à fait comparables à ceux des témoins. Le plus âgé présente des ébauches génitales avec des ovules primordiaux d'apparence normale.

Ces deux têtards à nombre diploïde auraient parfaitement pu dépasser la métamorphose.

Il existe donc certainement des embryons parthénogénétiques, développés sans le secours d'aucun spermatozoïde, et qui malgré cela ont un nombre de chromosomes double de celui de l'œuf vierge.

Pour expliquer ces faits, deux hypothèses viennent à l'esprit. L'existence du nombre diploïde peut être le fait d'une *régulation* au sens de Delage; ou bien l'élément cellulaire introduit dans l'œuf vierge par la piqûre de l'expérimentateur aura fourni les chromosomes supplémentaires. Bataillon et Herlant ont à l'avance écarté cette deuxième hypothèse : l'élément introduit par le stylet reste totalement indépendant du pronucleus femelle.

Reste donc seule la première hypothèse d'une autorégulation du nombre. J'ai voulu alors, en étudiant des stades plus jeunes, déceler l'instant où elle s'accomplit et en analyser le mécanisme. Mon matériel limité ne m'a pas permis de le faire totalement. J'ai cependant acquis quelques données intéressantes.

Les deux plus jeunes de mes têtards, âgés de 8 jours, étaient arrêtés en pleine gastrulation. Tous deux avaient le nombre déploïde, mais avec des écarts notables : 15 à 17, 19, 20, 23 à 25, 24 à 25, 25 à 27, 27 à 28.

En relation avec cette variabilité, la taille des noyaux était inconstante, oscillant dans certaines régions en 5^{μ} et 16^{μ} de diamètre. Beaucoup dégénéraient; j'ai rencontré même quelques divisions hétéropolaires.

La régulation y était certainement faite depuis longtemps, néanmoins je

crois qu'il est possible d'interpréter ces processus pathologiques comme corrélatifs du fonctionnement anormal de son mécanisme.

Fait inattendu, les sept têtards qui me restaient, tous plus ou moins maladifs, n'avaient que le nombre réduit de chromosomes. La multiplication cellulaire était intense chez les quatre premiers âgés de 10 jours; la taille moyenne des cellules et noyaux était sensiblement moitié de celle des témoins, le nombre des éléments cellulaires par contre environ le double. J'ai obtenu les nombres de chromosomes que voici : 13 fois sur 16 le nombre 12, 1 fois 13, 1 fois 9, 1 fois 8. Ces deux derniers chiffres dans une zone riche en dégénérescences nucléaires.

Des noyaux géants, jusqu'à 35$^{\mu}$ de diamètre, très riches en chromatine, mais périclitant certainement, m'ont paru constants dans le vitellus.

Deux embryons, que j'avais vu croître et acquérir leurs branchies externes d'une façon tout à fait normale, furent fixés à 12 jours, comme leur croissance semblait arrêtée. Aucun de leurs noyaux n'était en mitose, mais la taille des éléments (cellules et noyaux) était celle des embryons précédents.

Le dernier têtard, fixé à 16 jours, d'allure bizarre, avec un gros ventre et une courte queue, m'a donné les nombres : 11 à 12, 11 à 12, 12. Dans ses tissus, j'ai trouvé d'abondantes figures d'amitoses associées à des dégénérescences nucléaires.

Aucun de ces derniers têtards à nombre haploïde n'aurait continué à vivre, les troubles que tous présentaient, bien qu'à des âges différents, étant incompatibles avec une reprise du développement.

Il existe donc, à côté d'embryons chez lesquels le nombre des chromosomes se régularise, sans doute très tôt, peut-être au début de la segmentation, d'autres qui conservent le nombre réduit de chromosomes, sans qu'une régulation intervienne. Le petit nombre de cas observés ne me permet pas de croire que *seuls* les premiers soient susceptibles d'une survie régulière; il n'y a que l'étude d'un nombre plus élevé d'embryons avancés qui permette de trancher cette question.

Il me semble utile de rapprocher ces faits de ceux qu'a signalés Driesch [1] chez l'oursin. Par les procédés de Lœb et Delage, procédés qui n'introduisent rien dans l'œuf, cet auteur a obtenu des larves parthénogénétiques, dont les cellules étaient dès le jeune âge, tantôt de la taille de celles des témoins, tantôt d'une taille moindre de moitié, tantôt enfin d'une taille variée.

Étant donnée la relation nucléoplasmatique, on peut traduire ainsi ces

---

[1] *Zur Cytologie parthenogenetischer Larven von Strongylocentrotus* (*Arch. f. Entwick.*, t. 19, 1905).

faits : embryons régularisés, embryons non régularisés, embryons présentant des troubles de régularisation. *Le comportement du nombre est le même chez la grenouille et chez l'oursin.* Dans ses études de mérogonie, Delage a ainsi certainement obtenu des larves régularisées qu'il a étudiées cytologiquement, tandis que l'étude de ses contradicteurs a porté sur d'autres qui ne l'étaient pas.

M. **Delage** fait suivre la présentation de cette Note des remarques personnelles suivantes :

Je demande la permission de faire remarquer que dans mes expériences, non point seulement sur la mérogonie, mais aussi sur la parthénogenèse expérimentale des oursins ([1]), j'ai soutenu que chez les larves parthénogénétiques le nombre initial haploïde des chromosomes faisait place ultérieurement au nombre diploïde, lequel se rétablissait par auto-régulation. Pendant un grand nombre d'années, les observations des cytologistes ont été constamment en contradiction avec les miennes. Je suis heureux de trouver dans la Note ci-dessus la confirmation éclatante des idées que j'ai été si longtemps seul à soutenir.

ZOOLOGIE. — *Régime alimentaire du Cyprin doré à Madagascar.* Note de M. **Jean Legendre**, présentée par M. Edmond Perrier.

Le cyprin doré (*Carassius auratus* Linné) introduit en 1861 par Jean Laborde dans l'étang d'Anosy, à Tananarive, a émigré de proche en proche ou a été transporté dans tous les canaux, cours d'eau, marais et lacs du massif central de Madagascar, où il pullule aujourd'hui.

M. Sainjon l'a introduit en 1908 dans le lac Alaotra.

J'en ai, en 1917, doté le gouffre de Tritrive, jusqu'alors dépourvu de toute faune ichthyologique, et divers points de la côte Est : l'Ivolona, Tamatave, Fénérive.

Du fait des conditions météorologiques et agricoles, le cyprin est soumis pour son alimentation à deux régimes très inégaux, Pendant l'hiver, de 6 à 7 mois sans pluies, à mesure que s'assèchent les rivières et les canaux, le cyprin reflue vers les marais permanents, dont la superficie diminuée et la température abaissée ralentissent beaucoup le développement de la petite faune entomologique pour laquelle il est d'ailleurs en concurrence avec la

---

([1]) Yves Delage, *Les théories de la fécondation* (*Ve Congrès international de Berlin en* 1901; *Compte rendu du Congrès,* 1902, p. 7 et 8).

perche ([1]) et l'éléotris ([2]); de sorte qu'il doit chercher sa nourriture sur le fond, son tube digestif est souvent bourré de vase ne contenant que quelques végétaux et des algues.

Les cyprins « tout venant » examinés provenaient soit du marché, soit des rizières, soit des étangs de la Station d'aquiculture; ils mesuraient en moyenne 5^{cm} à 8^{cm}, quelques-uns dépassaient 10^{cm}; 23 alevins de 3 à 4 mois avaient de 25^{mm} à 40^{mm}. Ceux provenant des rizières et des étangs étaient sacrifiés au moment de la capture et examinés selon la technique décrite ailleurs.

	Nombre de poissons examinés.	Contenu du tube digestif pour 100. Insectes.	Entomos-tracés.	Crustacés (Crevettes).
Du 12 août au 17 octobre...............	47	42	19	2,4
Du 20 octobre au 19 novembre...........	25	0	20	»
Du 19 novembre au 13 décembre........	46	76	10	»
Du 14 décembre au 14 janvier..........	52	92	61	»

Observations. — Insectes et entomostracés se rencontrent souvent dans le tube digestif du même cyprin.

Le dernier mois de la saison sèche (mi-octobre à mi-novembre) est le mois de grande disette, la « soudure » est difficile, les larves de chironomes sont rares, celles de culicides exceptionnelles, sauf dans les rizières de première saison où le cyprin n'a pas encore accès.

Par contre, dès l'établissement de la saison chaude (fin novembre) et dès que les pluies ont établi un régime hydraulique régulier, le cyprin transaque, il se répand par les canaux d'irrigation dans les rizières où il *stabule* et *fraie* à l'abri des attaques de la perche qui reste dans les marais. L'étendue et la richesse des parcours dont il dispose pendant 5 à 6 mois de la saison rizicole favorisent sa multiplication et son accroissement.

A mesure que la faunule aquatique augmente, la vase et les végétaux se raréfient dans le tube digestif du cyprin jusqu'à devenir exceptionnels; les quelques filaments herbeux qu'on y trouve doivent être saisis en même temps que les petites proies animales qui se cachent dans les touffes.

La digestion chez le cyprin est très rapide, dans l'estomac les insectes sont déjà transformés au point d'être d'une diagnose difficile, *a fortiori* dans l'intestin; la carapace des crustacés et entomostracés résiste mieux aux sucs digestifs.

([1]) JEAN LEGENDRE, *Régime alimentaire de la perche malgache* (*Comptes rendus*, t. 170, 1920, p. 208).

([2]) JEAN LEGENDRE, *Régime alimentaire de* E. Legendrei *Pellegrin* (*Comptes rendus*, t. 169, 1919, p. 811).

Le poisson doré se nourrit des insectes les plus divers, mais, comme la perche malgache, il a une préférence marquée pour les vers de vase et les larves de moustiques. Il fait également une grande consommation d'entomostracés (cyclopes et daphnies) dont l'effectif s'accroît considérablement à la saison des pluies dans le sol fumé des rizières. Il ne mange pas de mollusques, rarement des crevettes (4 fois sur 170 examens), ce qui n'empêche pas les Malgaches de l'accuser d'avoir détruit ces dernières.

Il apparaît donc que le Cyprin ne consomme des végétaux que dans une faible mesure et, à défaut de nourriture animale, qu'il est plus volontiers géophage qu'herbivore, fouillant la vase plutôt que d'avaler des herbes.

L'élévation de la température ne suffit pas à déterminer la poussée annuelle de la faunule aquatique, la chute des pluies est le second élément *indispensable* à son développement ainsi qu'à celui de la flore. La température des eaux ne descend qu'exceptionnellement au-dessous de 13° et pour quelques heures seulement, en juin, juillet et août, mois les plus froids, pendant lesquels le cyprin garde cependant toute son activité et fraie, ce que j'ai établi par la découverte des œufs sur des *Pistia*, œufs qui ont éclos les jours suivants. La période de ponte, qui s'échelonne sur neuf mois au moins, est très active de septembre à décembre inclus. Pendant l'hiver, l'appétit de la dorade de Chine n'est donc limité que par la pénurie des aliments et non par défaut d'activité alimentaire.

Au point de vue *économique*, l'acclimatation du Cyprin à Madagascar est intéressante, puisqu'il peut être produit dans les rizières à raison de 300^{kg} à l'hectare; de même au point de vue *prophylactique*, puisqu'il détruit un grand nombre de larves de moustiques et que le paludisme est à Madagascar un fléau contre lequel on n'a encore pris aucune mesure sérieuse.

M. **Émile Belot** adresse une Note intitulée : *L'origine de la chaleur solaire ou stellaire expliquée par les chocs cosmiques.*

M. **Edmond Jandrier** adresse une Note intitulée : *Sur certaines relations numériques que présentent les poids atomiques des éléments de la forme* RH.

A 16 heures et quart, l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 16 heures et demie.

É. P.